



## ПОИСК МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ МЕХАНИЗМА СКОТТА РАССЕЛА И ЕГО МОДИФИКАЦИИ

П.Л. Агафонова, студентка,  
ФГБОУ ВО «Калининградский государственный  
технический университет»,  
e-mail: agafonowa.poly@yandex.ru

Р.В. Зубавичюс, студент,  
ФГБОУ ВО «Калининградский государственный  
технический университет»  
e-mail: infotech.zub@yandex.ru

Н.А. Середа, канд. техн. наук, доц.,  
ФГБОУ ВО «Калининградский государственный  
технический университет»  
e-mail: natalya.sereda@klgtu.ru

Предлагаемая статья посвящена поиску математических моделей, описывающих геометрические параметры механизма Скотта Рассела и его модификации. Получены математические зависимости, характеризующие кинематические параметры характерных точек исследуемого механизма.

*математическая модель, механизм Скотта Рассела, геометрические параметры, кинематические параметры*

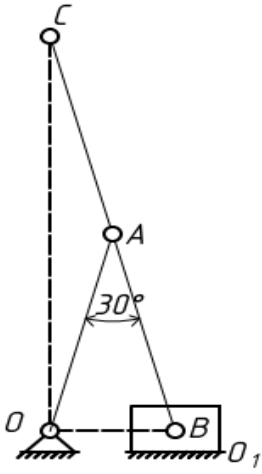
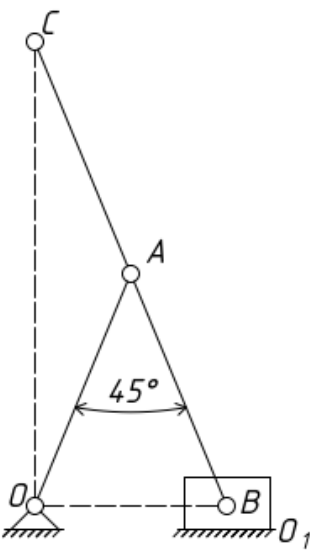
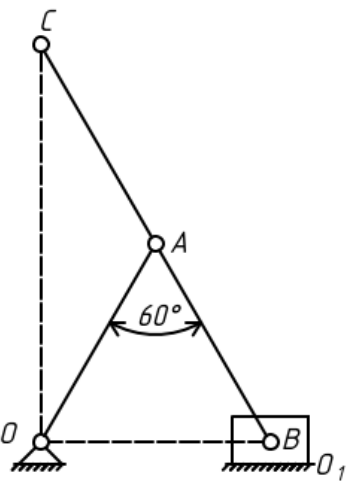
В качестве объекта исследования был выбран механизм Скотта Рассела, содержащий коромысло, двуплечий шатун и ползун [1, 2]. Отметим функциональные возможности звеньев механизма: коромысло совершает качательное движение относительно точки О, ползун движется поступательно вдоль горизонтальной оси, характерная точка С на шатуне совершает движение по прямолинейной траектории вдоль вертикальной оси.

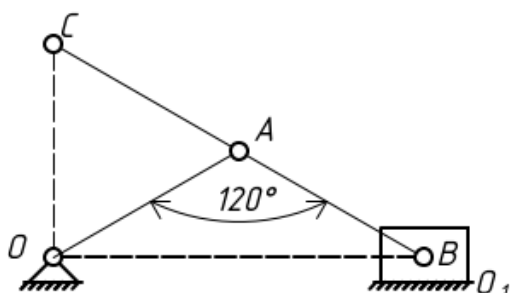
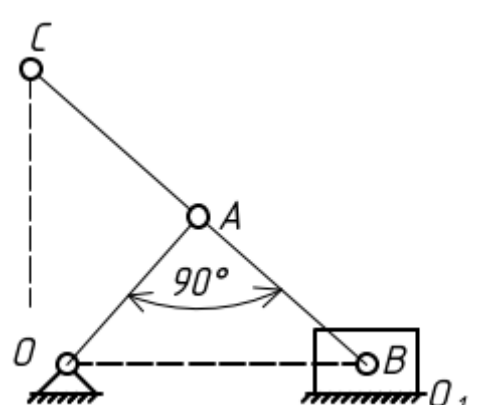
Математические модели механизма Скотта Рассела получены на основании следующих допущений:

- 1) рассматривается идеальная кинетостатическая модель механизма Скотта Рассела и его модификации;
- 2) угол между коромыслом и шатуном этого механизма в каждом рассматриваемом случае фиксирован и равен  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  и  $120^\circ$ ;
- 3) углы поворота коромысла  $\varphi$ , при которых угловые размеры между коромыслом и шатуном механизма равны  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  и  $120^\circ$ , соответственно составят  $75^\circ$ ,  $67^\circ 30'$ ,  $60^\circ$  и  $30^\circ$ ;
- 4) применительно к модификации механизма Скотта Рассела угол между кривошипом и шатуном составляет  $90^\circ$ .

В таблице представлены упомянутые математические модели (рис. 1 – 5), описывающие геометрические параметры механизма Скотта Рассела и его модификации. В этой таблице приняты следующие обозначения:  $\lambda_1 = \frac{OA}{OB}$ ,  $\lambda_2 = \frac{AB}{OB}$ ,  $\lambda_3 = \frac{AC}{OB}$ .

Таблица 1 – Математические модели механизма Скотта Рассела и его модификаций

Схема механизма	Математическая модель механизма
<p style="text-align: center;">1</p> <p style="text-align: center;"><math>OA = AB = AC</math></p>  <p style="text-align: center;">Рисунок 1</p>	<p style="text-align: center;">2</p> $\lambda_1^2 + \lambda_2^2 - \sqrt{3} \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 = 1;$ $\lambda_1 = \lambda_2 = \sqrt{2} \cdot \left( \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \right).$
 <p style="text-align: center;">Рисунок 2</p>	$\lambda_1^2 + \lambda_2^2 - \sqrt{2} \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 = 1;$ $\lambda_1 = \lambda_2 = \frac{1}{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}.$
<p style="text-align: center;"><math>OA = AB = AC</math></p>  <p style="text-align: center;">Рисунок 3</p>	$\lambda_1^2 + \lambda_2^2 - \lambda_1 \cdot \lambda_2 = 1;$ $\lambda_1 = \lambda_2 = 1.$

1	2
<p style="text-align: center;">OA = AB = AC</p>  <p style="text-align: center;">Рисунок 4</p>	$\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_1 \cdot \lambda_2 = 1;$ $\lambda_1 = \lambda_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}.$
<p style="text-align: center;">OA ≠ AB</p>  <p style="text-align: center;">Рисунок 5</p>	$\lambda_1^2 + \lambda_2^2 = 1;$ $\lambda_1 = \lambda_2 = \sqrt{0,5}.$

Рассмотрим модификацию механизма Скотта Рассела, включающую звенья – кривошип, двуплечий шатун и ползун (рис. 5). При этом угол между кривошипом и шатуном составляет  $90^\circ$  [2, 3]. Характерная точка шатуна такого механизма перемещается прямолинейно лишь на ограниченном участке угла поворота кривошипа (рис. 6). Предложена область существования модификации механизма Скотта Рассела, представляющая собой дугу окружности единичного радиуса.

Получим математические зависимости функции положения, первой и второй геометрических передаточных функций для двух характерных точек В и С [4]. Для вывода зависимостей была введена система координат ОХУ, ось Х которой связана с линией ОО<sub>1</sub> (рис. 1 – 5). Применяя метод замкнутого векторного треугольника, установлены зависимости для координат точек В и С, представляющие собой функцию положения. Взяв последовательно две производные, получены зависимости для первой и второй геометрических передаточных функций, последнее представляет собой аналогии скорости и ускорения исследуемых точек.

Функция положения, первая и вторая геометрические передаточные функции для точки В составят:

$$P(\varphi) = X_B = \lambda_1 \cdot \cos(\varphi) + \sqrt{\lambda_2^2 - \lambda_1^2 \cdot \sin^2(\varphi)}, \quad (1)$$

$$V(\varphi) = \frac{dX_B}{d\varphi} = -\lambda_1 \cdot \sin(\varphi) - \frac{\lambda_1^2 \cdot \sin(\varphi) \cdot \cos(\varphi)}{\sqrt{\lambda_2^2 - \lambda_1^2 \cdot \sin^2(\varphi)}}, \quad (2)$$

$$A(\varphi) = \frac{d^2 X_B}{d\varphi^2} = \frac{\lambda_1^2 \cdot \left[ \lambda_1^2 \cdot \sin^4(\varphi) - \lambda_2^2 \right]}{(\lambda_2^2 - \lambda_1^2 \cdot \sin^2(\varphi)) \sqrt{\lambda_2^2 - \lambda_1^2 \cdot \sin^2(\varphi)}}. \quad (3)$$

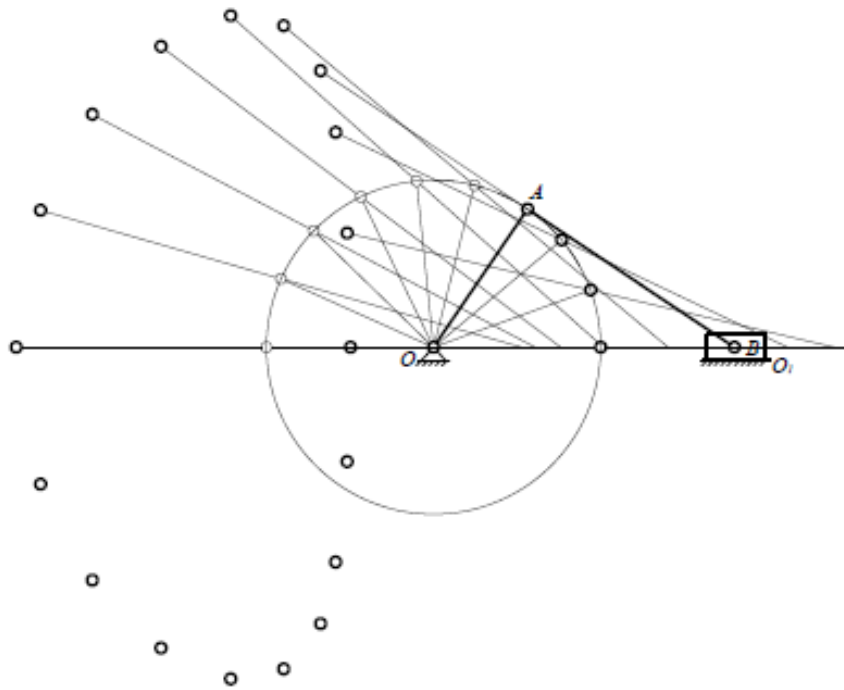


Рисунок 6 – План положений для модификации механизма Скотта Рассела

Так, функция положения, первая и вторая геометрические передаточные функции для точки С имеют вид:

$$Y_C = \lambda_1 \cdot \left( 1 + \frac{\lambda_3}{\lambda_2} \right) \cdot \sin(\varphi), \quad (4)$$

$$\frac{dY_C}{d\varphi} = \lambda_1 \cdot \left( 1 + \frac{\lambda_3}{\lambda_2} \right) \cdot \cos(\varphi), \quad (5)$$

$$\frac{d^2 Y_C}{d\varphi^2} = -\lambda_1 \cdot \left( 1 + \frac{\lambda_3}{\lambda_2} \right) \cdot \sin(\varphi). \quad (6)$$

Графики, построенные по зависимостям (1) – (3) для точки В, представлены на рис. 7. Из анализа графиков можем увидеть, что функция положения непрерывна в интервале кинематического цикла, а первая и вторая геометрические передаточные функции имеют разрыв непрерывности. Механизм Скотта Рассела с равными длинами коромысла и плеч шатуна существует в виде кинематической цепи только на некотором участке поворота ведущего звена – коромысла.

В модификации механизма Скотта Рассела с ведущим звеном в виде кривошипа упомянутые функции непрерывны (рис. 8). Кривошип совершает полный оборот. И поэтому механизм в виде кинематической цепи существует на всем участке поворота ведущего звена.

Анализируя математические зависимости (4) – (6), получим следующее заключение: аналог ускорения точки С изменяется по закону синуса, как и функция положения этой точки, но в отрицательной части системы координат.

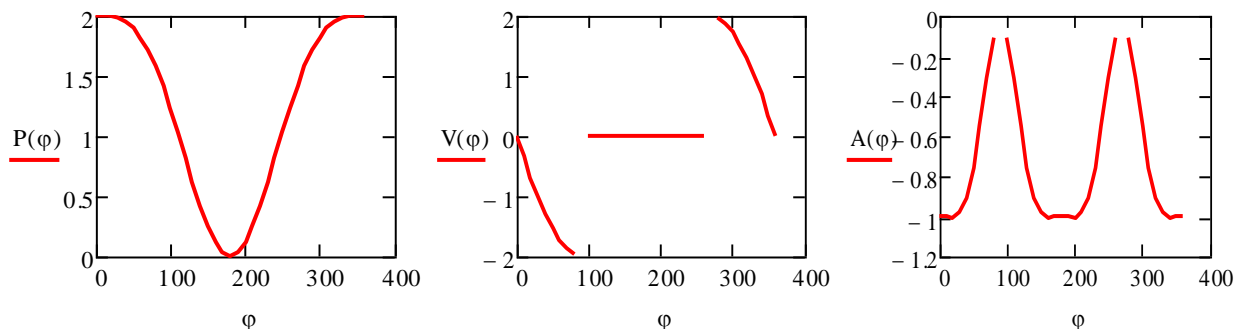


Рисунок 7 – Функция положения, первая и вторая геометрические передаточные функции для механизма С. Рассела (точка В)

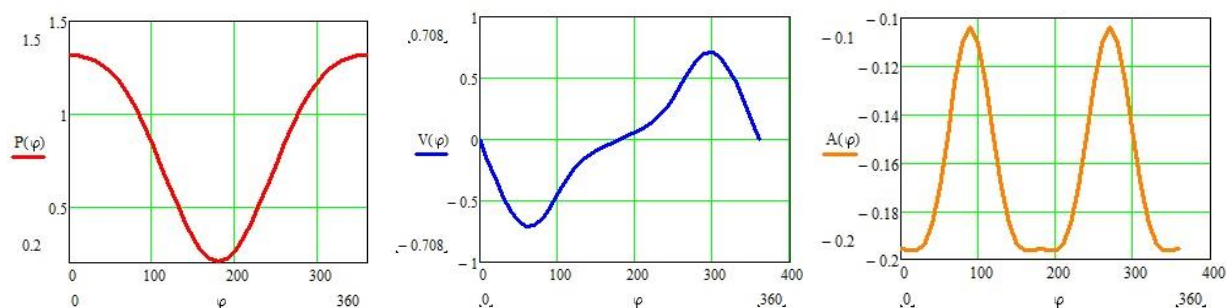


Рисунок 8 – Функция положения, первая и вторая геометрические передаточные функции для модификации механизма С. Рассела (точка В)

Обобщая вышесказанное, можно сделать следующие *выводы*:

- 1) предложены математические модели, описывающие геометрические параметры механизма Скотта Рассела и его модификации;
- 2) для идеальной кинетостатической модели механизма Скотта Рассела и его модификации получены математические зависимости, характеризующие кинематические параметры характерных точек исследуемых механизмов;
- 3) механизм Скотта Рассела и его модификацию рекомендуется применять в технологических процессах, напрямую связанных с перемещением объектов по прямолинейным траекториям.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Артоболевский, И. И. Справочник по механизмам: в 6-ти т. / И. И. Артоболевский. – Москва, 1979. – Т.3. – 533 с.
2. Артоболевский, И. И. Синтез плоских механизмов / И. И. Артоболевский, Н. И. Левитский, С. А. Черкудинов. – Москва: Государств. издательство физико-математич. литературы, 1959. – 1084 с.
3. Пейсах, Э. Е. Система проектирования плоских рычажных механизмов / Э. Е. Пейсах, В. А. Нестеров. – Москва: Машиностроение, 1988. – 232 с.
4. Середа, Н. А. Исполнительный механизм устройств для перемещения изделий: обзор, анализ конструкций, расчет / Н. А. Середа // XXVIII Международная инновационно-ориентированная конференция молодых ученых и студентов (МИКМУС - 2016): сб. тр. (Москва, 7 – 9 декабря 2016) / Москва: Изд-во ИМАШ РАН. – 2017. – С. 283-286.

## SEARCH FOR MATHEMATICAL MODELS FOR THE SCOTT RUSSELL MECHANISM AND ITS MODIFICATIONS

P. L. Agafonova, student,  
Kaliningrad State Technical University,  
e-mail: agafonowa.poly@yandex.ru

R. V. Zubavichius, student,  
Kaliningrad State Technical University,  
e-mail: infotech.zub@yandex.ru

N. A. Sereda, PhD, associate professor,  
Kaliningrad State Technical University,  
e-mail: natalya.sereda@klgtu.ru

The proposed article is devoted to the search for mathematical models. These models describe the geometric parameters of the Scott Russell mechanism. A modification of the Scott Russell Mechanism is also being investigated. Mathematical dependencies are derived. They characterize the kinematic parameters of research mechanisms.

*mathematical model, mechanism of Scott Russell, geometric parameters, kinematic parameters*