

АНАЛИЗ ПРЯМОЛИНЕЙНО-НАПРАВЛЯЮЩИХ МЕХАНИЗМОВ С ПОЛУЧЕНИЕМ ИХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

А. И. Барабаш, студентка,
ФГБОУ ВО «Калининградский государственный
технический университет»
e-mail: annabarabash2000@mail.ru

М. А. Магасумов, студент,
ФГБОУ ВО «Калининградский государственный
технический университет»
e-mail: magasumov-maksim@mail.ru

Н. А. Середина, канд. техн. наук, доцент,
ФГБОУ ВО «Калининградский государственный
технический университет»,
e-mail: natalya.sereda@klgtu.ru

В работе выполнен анализ структуры и принципа работы прямолинейно-направляющих механизмов. Получены уравнение траектории для характерной точки шатуна применительно к прямолинейно-направляющему механизму Джеймса Уатта; функция угла передачи движения для прямолинейно-направляющего механизма П.Л. Чебышева. Эти функции – основа расчета прямолинейно-направляющих механизмов.

Прямолинейно-направляющий механизм, шатун, характерная точка шатуна, уравнение траектории, угол передачи движения, графическая интерпретация

В настоящей статье представим результаты анализа прямолинейно-направляющих механизмов. К ним относят механизмы, у которых характерная точка звена, выполняющего плоскопараллельное движение, перемещается по прямолинейной траектории. Получение названной траектории осуществляется только посредством подбора геометрических размеров звеньев.

В качестве объектов исследования выбраны прямолинейно-направляющие механизмы Джеймса Уатта [1] и Пафнутия Львовича Чебышева [2]. На рис. 1 изображен прямолинейно-направляющий механизм Джеймса Уатта, в котором с неподвижным звеном в виде стойки шарнирно связаны два коромысла OA и BO_1 . Звено AB , соединяющее шарнирно оба коромысла, совершает плоскопараллельное движение и называется шатун. Характерная точка шатуна C , отмеченная на середине этого звена, движется по прямолинейной траектории в том случае, когда длины звеньев OA и BO_1 равны.

В нашей статье также рассмотрим прямолинейно-направляющий механизм Пафнутия Львовича Чебышева (рис. 2). Такой механизм включает кривошип OA , двуплечий шатун AC , коромысло BO_1 и стойку OO_1 . При определенном соотношении геометрических размеров точка C (рис. 2) двуплечего шатуна движется на некотором участке по прямолинейной траектории.

Предметом исследования [3-4] являются уравнение траектории для характерной точки шатуна применительно к прямолинейно-направляющему механизму Джеймса Уатта; функция угла передачи движения для прямолинейно-направляющего механизма П.Л. Чебышева. Эти функции – основа расчета прямолинейно-направляющих механизмов.

Сформулируем три задачи исследования:

- изучить структуру и принцип работы прямолинейно-направляющих механизмов;
- получить уравнение траектории для характерной точки шатуна прямолинейно-направляющего механизма Джеймса Уатта. Применительно к кинестатической модели прямолинейно-направляющего механизма П.Л. Чебышева установить выражение для угла передачи движения;
- выполнить анализ графических интерпретаций, построенных по предложенным уравнениям и выражениям.

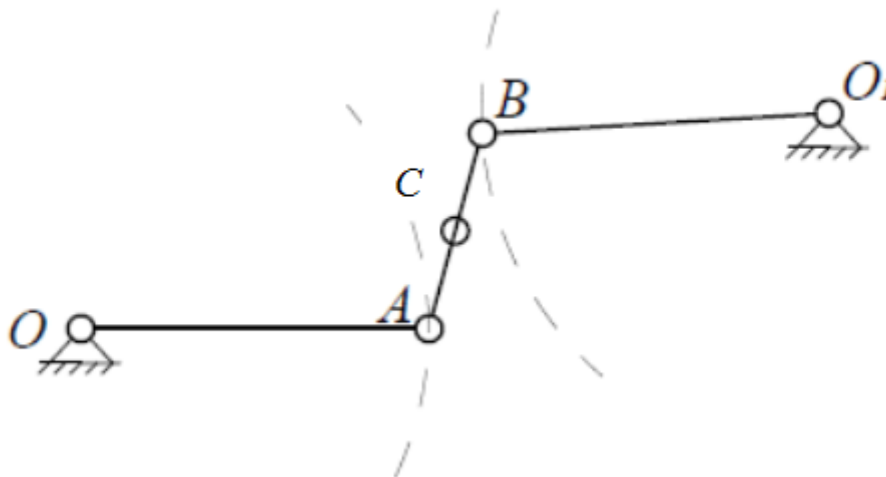


Рисунок 1 - Прямолинейно-направляющий механизм Джеймса Уатта

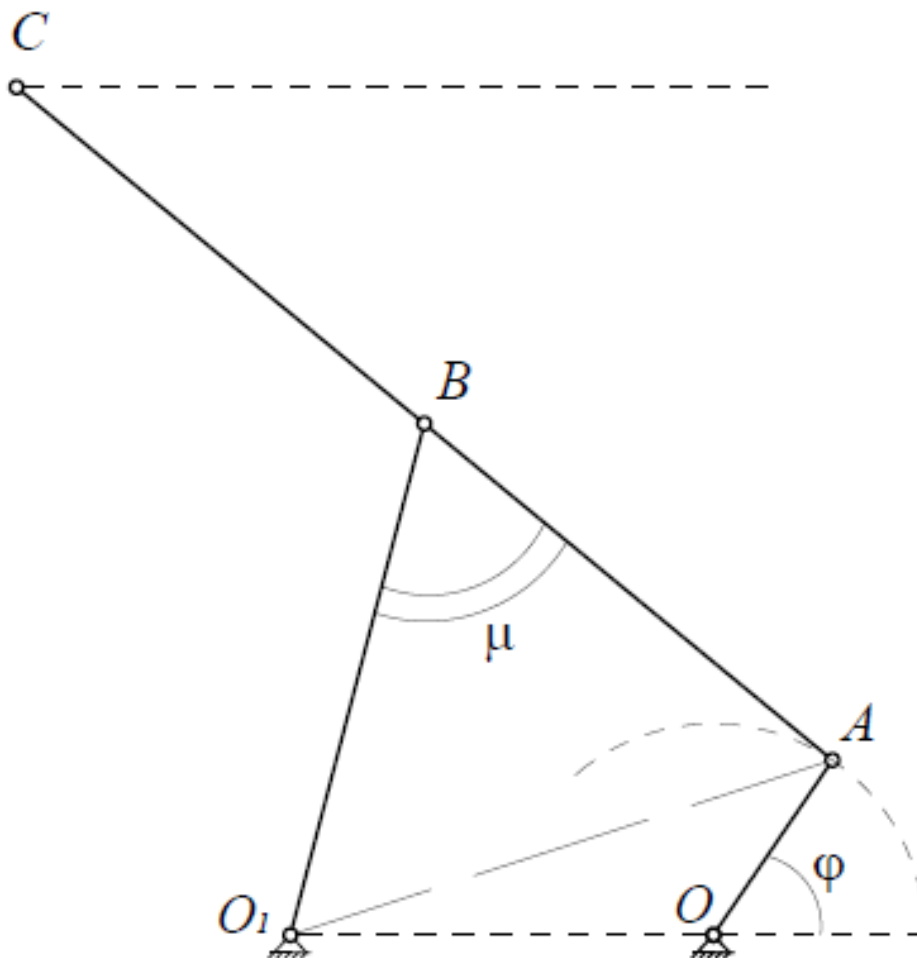


Рисунок 2 - Прямолинейно-направляющий механизм П.Л. Чебышева

В справочнике [1] для прямолинейно-направляющего механизма Джеймса Уатта приведены геометрические параметры, которые мы представили в относительных длинах. Эти параметры являются математической моделью исследуемого механизма.

В программе AutoCAD был построен прямолинейно-направляющий механизм (положение $OABO_1$ выделено на рис. 3). Далее был построен план положений механизма с определением координат X и Y характерной точки C на шатуне.

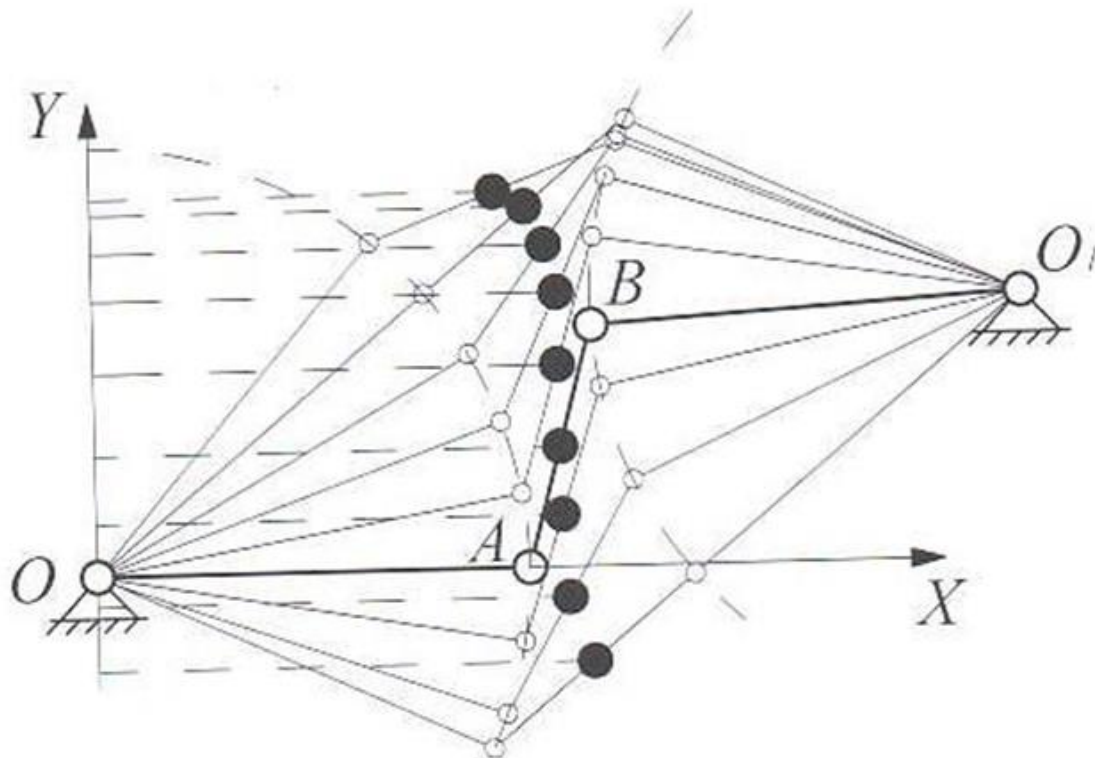


Рисунок 3 – План положений для прямолинейно-направляющего механизма Джеймса Уатта

На первом этапе интерполирование дискретного набора значений X и Y проводилось с применением программы MathCAD. На рис. 4 приведен лист программы MathCAD, иллюстрирующий сплайновую интерполяцию. Из графика видно, что характерная точка C шатуна движется на некотором участке по прямолинейной траектории.

На втором этапе для получения функции $Y(X)$ в аналитическом виде, проходящей точно через все найденные ранее точки, применялся интерполяционный многочлен Лагранжа. Сначала были учтены в расчете первые четыре координаты по осям X и Y , для них был сформирован вспомогательный многочлен. Далее от вспомогательного многочлена была взята производная. Установлены значения производной при заданных значениях X и получена функция $Y(X)$ в виде многочлена третьей степени, точно проходящей через четыре координаты X и Y . Аналогичную процедуру повторили для следующих четырех пар значений X и Y . Также получили многочлен третьей степени:

$$Y_1(X) = -28,178 \cdot X^3 + 4347,3471 \cdot X^2 - 223501,8578 \cdot X + 3828991,935, \quad (1)$$

$$Y_2(X) = -0,0541 \cdot X^3 + 7,2018 \cdot X^2 - 319,8505 \cdot X + 4779,8038. \quad (2)$$

При подстановке значений X многочлены третьей степени $Y_1(X)$ и $Y_2(X)$ очень хорошо описывают траекторию характерной точки шатуна.

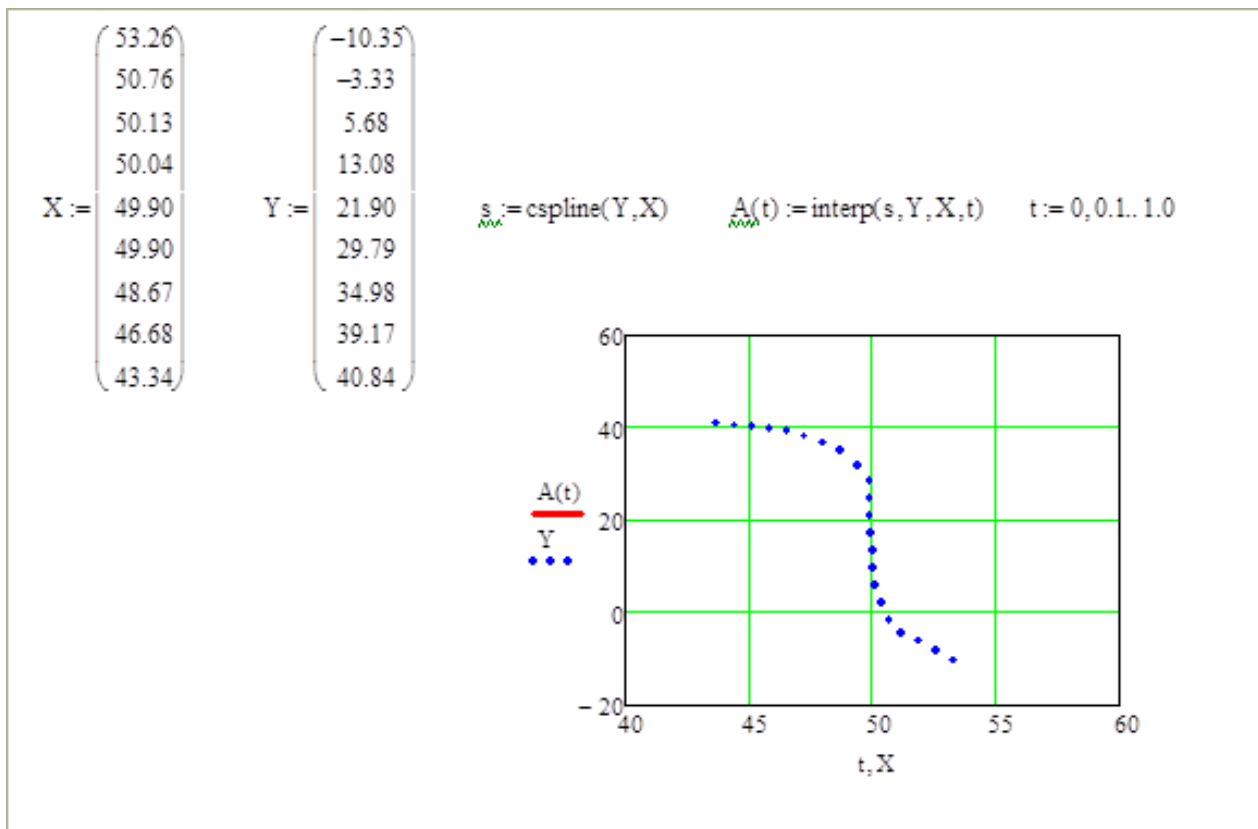


Рисунок 4 - Результаты анализа механизма с применением программы MathCAD

Для прямолинейно-направляющего механизма П.Л. Чебышева в справочниках даны геометрические размеры в двух вариантах:

- первый вариант предполагает построение механизма с равными длинами шатуна и коромысла, при этом относительные длины названных звеньев больше единицы, т.е. равны 1,25;
- второй вариант связан с построением механизма с равными относительными длинами шатуна и коромысла, но эти длины больше двух, т.е. составляют 2,0092.

Рассматривалась идеальная кинетостатическая модель механизма П.Л. Чебышева в определенном положении, показанном на рис. 2. Получено выражение для угла передачи движения в функции относительных длин звеньев:

$$\mu_i = \arccos\left(\frac{2 \cdot \lambda_2^2 - 1 - \lambda_1^2 - 2 \cdot \lambda_1 \cdot \cos(\varphi_i)}{2 \cdot \lambda_2^2}\right). \quad (3)$$

Графическая интерпретация угла передачи движения, установленного по формуле (3), построена с применением программы MathCAD и представлена на рис. 5. Показано, что характер изменения угла передачи двух исследуемых механизмов с разными геометрическими размерами одинаков.

Силовая работоспособность механизма с равными (но большими двух) относительными длинами шатуна и коромысла уступает силовой работоспособности механизма по первому варианту.

Механизм П.Л. Чебышева с геометрическими параметрами 1,25 можно рекомендовать для механизации операций со значительной технологической нагрузкой, например, в качестве силового механизма стрелового крана, осуществляющего на определенном участке перемещение груза по прямолинейной траектории.

$$\lambda_1 := 0.5 \quad \lambda_2 := 1.25 \quad \lambda_3 := 1.25 \quad \varphi := 0, 10 \dots 360$$

$$\mu(\varphi) := \operatorname{acos} \left[\frac{(\lambda_2)^2 + (\lambda_3)^2 - 1 - (\lambda_1)^2 - 2 \cdot \lambda_1 \cdot \cos(\varphi \cdot \text{deg})}{2 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3} \right]$$

$$\lambda_4 := 0.4629 \quad \lambda_5 := 2.0092 \quad \lambda_6 := 2.0092 \quad \varphi := 0, 10 \dots 360$$

$$\alpha(\varphi) := \operatorname{acos} \left[\frac{(\lambda_5)^2 + (\lambda_6)^2 - 1 - (\lambda_4)^2 - 2 \cdot \lambda_4 \cdot \cos(\varphi \cdot \text{deg})}{2 \cdot \lambda_5 \cdot \lambda_6} \right]$$

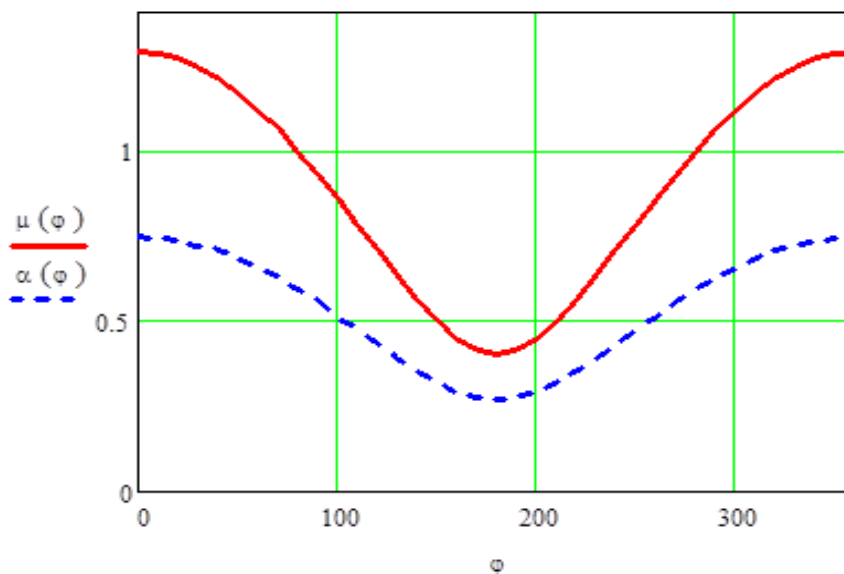


Рисунок 5 – Угол передачи движения механизма П.Л. Чебышева

Таким образом, в нашей статье изучены структура и принцип работы двух прямолинейно-направляющих механизмов; получено уравнение траектории для характерной точки шатуна применительно к прямолинейно-направляющему механизму Джеймса Уатта. Для модели прямолинейно-направляющего механизма П.Л. Чебышева установлено выражение для угла передачи движения. Выполнен анализ графических интерпретаций, построенных по предложенным зависимостям.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Артоболевский, И. И. Механизмы в современной технике: справочник: в 7 т. / И. И. Артоболевский. – Москва: Наука, 1979. – Т. 3. – 533 с.
2. Артоболевский, И. И. Синтез плоских механизмов / И. И. Артоболевский, Н. И. Левитский, С. А. Черкудинов. – Москва: Государств. издательство физико-математич. литературы, 1959. – 1084 с.
3. Пейсах, Э. Е. Система проектирования плоских рычажных механизмов / Э. Е. Пейсах, В. А. Нестеров. – Москва: Машиностроение, 1988. – 232 с.
4. Серeda, Н. А. Синтез механизмов применительно к устройствам для передачи изделий: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.02.18 / Серeda Наталья Александровна; С.-Петерб. политехн. ун-т. – Санкт-Петербург, 2015. – 22 с.

ANALYSIS OF STRAIGHT-GUIDING MECHANISMS OBTAINING THEIR MATHEMATICAL MODELS

A. I. Barabash, student,
Kaliningrad state technical University
e-mail: annabarabash2000@mail.ru

M. A. Magsumov, student,
Kaliningrad state technical University
e-mail: magasumov-maksim@mail.ru

N. A. Sereda, PhD, associate Professor
Kaliningrad state technical University
e-mail: natalya.sereda@klgtu.ru

The paper analyzes the structure and principle of operation of straight-guiding mechanisms. The trajectory equation for the characteristic point of the connecting rod applied to the James Watt straight-guiding mechanism is obtained; the function of the transmission angle for the straight-guiding mechanism of P. L. Chebyshev is obtained. These functions are the basis for the calculation of straight-guiding mechanisms.

Straight-guiding mechanism, connecting rod, handle rod, the equation of the trajectory, the angle of transmission of motion, graphical interpretation