



ПОДХОД К РАСЧЕТУ ФАКТИЧЕСКОГО УГЛА РЕЗАНИЯ И  
ТРАНСФОРМИРОВАННОЙ ВЫСОТЫ ФАСКИ НОЖА С ФИГУРНОЙ  
КРОМКОЙ ПРИ ОБРАБОТКЕ ПИЩЕВЫХ МАТЕРИАЛОВ

А.И. Галочкина, студентка 3-го курса,  
a.galochkina2108@gmail.com

ФГБОУ ВО «Калининградский государственный технический  
университет»



М.Э. Кокрицкий, студент 3-го курса,  
fulg23fait@gmail.com

ФГБОУ ВО «Калининградский государственный технический  
университет»



Э.В. Суходольский, студент 3-го курса,  
edwardkgtu@mail.ru

ФГБОУ ВО «Калининградский государственный технический  
университет»

Н.В. Самойлова, преподаватель-исследователь,  
procyon@mail.ru

ФГБОУ ВО «Калининградский государственный технический  
университет»

О.В. Агеев, докт. техн. наук, доцент,  
oleg.ageev@klgtu.ru

ФГБОУ ВО «Калининградский государственный технический  
университет»

Показана актуальность моделирования процесса резания пищевых продуктов ножом с фигурной кромкой. Рассмотрена кинематическая схема движения режущего органа с криволинейной рабочей кромкой, форма которой описывается полиномом второго порядка. Показаны эффекты геометрической трансформации фактического угла резания и высоты фаски ножа. Разработаны математические модели для расчета указанных параметров. Установлено, что фактический угол резания и трансформированная высота фаски в случае фигурного ножа являются переменными величинами по длине лезвия. В произвольной точке кромки указанные параметры зависят, соответственно, от конструктивного угла заточки, конструктивной высоты фаски и координаты данной точки. Показано, что в случае выпуклой формы кромки фактический угол резания нелинейно снижается от конструктивного значения до минимума, а трансформированная высота фаски нелинейно возрастает по всей длине лезвия от конструктивной величины до максимума. Установлено, что при использовании вогнутой кромки фактический угол нелинейно возрастает, а трансформированная высота нелинейно снижается до конструктивного значения. Разработанный подход создает практическую основу для определения сил вредных сопротивлений, обусловленных раздвижением слоев материала гранями фигурного ножа при его погружении.

**Ключевые слова:** резание, нож, грань, угол, заточка, фаска, кромка, моделирование

## ВВЕДЕНИЕ

Резание пищевых продуктов производят различными по конструкции режущими органами, в большинстве случаев имеющими рабочую кромку и фаску. Процесс резания осуществляется за счет относительного перемещения ножа и обрабатываемого материала. Сочетание этих движений, количество которых различно, представляет кинематическую схему обработки.

Геометрия режущего органа может изменяться в процессе резания в зависимости от кинематической схемы. В частности, при нормальном (прямоугольном) резании относительное перемещение пластинчатого ножа и материала происходит в двух взаимно перпендикулярных плоскостях. При этом угол наклона режущей кромки к поверхности обрабатываемого материала – прямой, а плоскость резания совпадает с плоскостью образования конструктивного угла заточки ножа. В данном случае фактический угол резания равен конструктивному углу.

При косоугольном резании с изменением угла наклона прямой режущей кромки относительно поверхности материала имеет место геометрическая трансформация фактического угла резания и фактической высоты фаски ножа. В работе [1] установлена зависимость фактического угла резания от конструктивного угла заточки и угла наклона для ножа с прямой наклонной кромкой.

Исследованию геометрических и кинематических параметров процесса резания посвящен обширный перечень публикаций в России и за рубежом. В работе [2] исследованы геометрические параметры режущих органов и влияние условий резания пищевых продуктов на износостойкость ножей. В статье [3] рассмотрены вопросы оптимального управления процессом скользящего резания и кинематического синтеза приводного механизма. Исследование [4] посвящено изучению изменения остроты ножа в течение процесса разделывания мясного сырья. В публикации [5] приведены результаты экспериментальных исследований процесса резания рыбы и построения соответствующих эмпирических моделей. В работе [6] излагается подход к моделированию сил полезных сопротивлений при обработке рыбного сырья. Математические модели деформационных сил трения при резании пищевых продуктов получены в работе [7]. Подход к расчету усилий разрушения пищевого материала предложен в статье [8].

С учетом ценности известных работ следует отметить, что в настоящее время многие вопросы математического моделирования процесса резания пищевых продуктов остаются недостаточно исследованными. Отсутствуют модели, связывающие фактический угол резания и трансформированную высоту фаски ножа с соответствующими конструктивными параметрами рабочего органа, снабженного фигурной кромкой. В то же время, значительное количество технологических машин обработки пищевого сырья имеют режущие органы криволинейной формы. Недостающие математические модели настоятельно требуются для расчета усилий резания и конструктивного оформления рабочих органов оборудования. Кроме того, остается не до конца выясненным вклад эффектов геометрической трансформации угла резания и высоты фаски в снижение усилий резания.

Таким образом, является актуальной задача разработки математических моделей для определения указанного угла и высоты фаски с учетом конструктивных параметров фигурного ножа. Цель исследования – расчет фактического угла резания и трансформированной высоты фаски в каждой точке фигурной кромки ножа для определения сил сопротивлений и научно обоснованного выбора параметров технологических приспособлений. Работа является дальнейшим развитием подхода, предложенного в статье [1].

## РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ФАКТИЧЕСКОГО УГЛА РЕЗАНИЯ И ТРАНСФОРМИРОВАННОЙ ВЫСОТЫ ФАСКИ ФИГУРНОГО НОЖА

Рассмотрим кинематическую схему резания пищевого материала ножом с фигурной кромкой сложной формы при относительном движении в вертикальном направлении (рис. 1). На рис. 2 показан вид сбоку на нож с фигурной кромкой. Обозначим:  $\alpha$  – конструктивный угол заточки фаски фигурного лезвия;  $\tilde{\alpha}$  – фактический угол резания;  $h$  – конструктивная высота фаски ножа;  $\tilde{h}$  – трансформированная высота фаски;  $y(x)$  – аналитическая функция, описывающая геометрическую форму фигурной кромки ножа. Отметим, что функция  $y(x)$  соответствует гладкой кривой линии, которая имеет в каждой точке касательную, причем направление этой касательной непрерывно зависит от точки касания.

На рис. 1 треугольник  $AB_1C_1$  является элементарным ножом и лежит в плоскости определения конструктивного угла заточки  $\alpha$ . Треугольник  $ABC$  является трансформированным элементарным ножом и находится в плоскости резания. Из рис. 2 видим, что указанные две плоскости образуют угол  $\gamma$ , который является углом геометрического подъема плоскости резания относительно плоскости конструктивного угла заточки ножа. Из треугольников  $ABC$  и  $AB_1C_1$  следует:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{B_1C_1}{AC_1}; \quad (1)$$

$$\operatorname{tg} \tilde{\alpha} = \frac{BC}{AC_1}. \quad (2)$$

Поскольку  $B_1C_1 = BC$ , то справедливо равенство:

$$\operatorname{tg} \tilde{\alpha} = \frac{B_1C_1}{AC_1}. \quad (3)$$

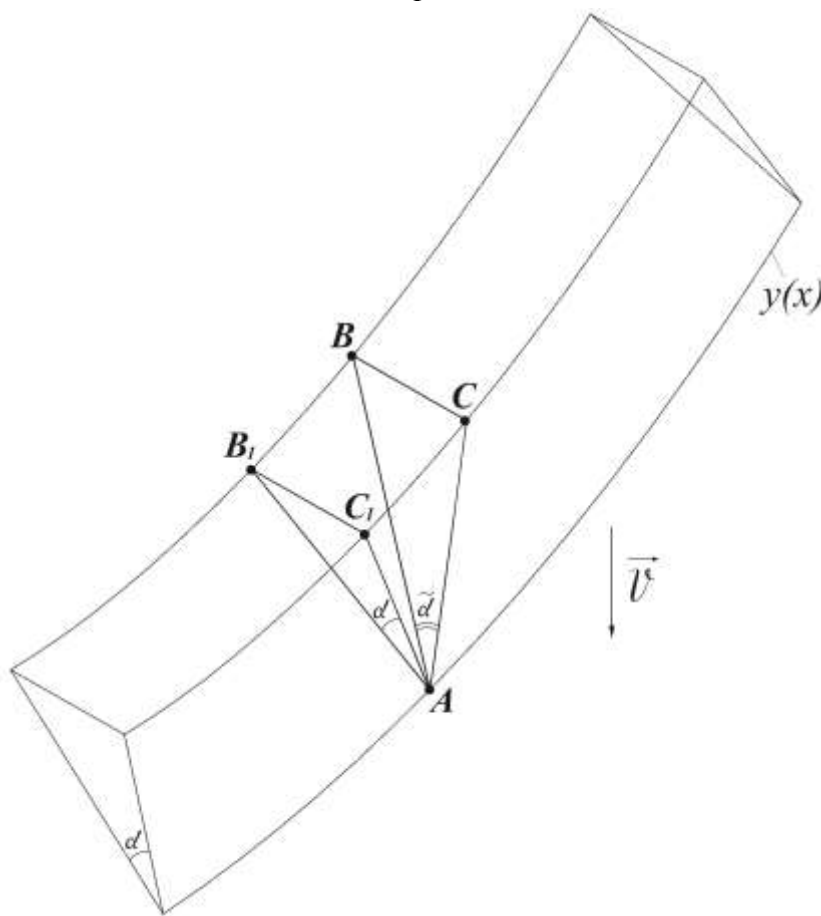


Рисунок 1 – Кинематическая схема резания пищевого материала ножом с фигурной кромкой

Из рис. 2 также видим, что  $\cos \gamma = \frac{AC_1}{AC}$ , откуда следует:

$$AC_1 = AC \cdot \cos \gamma. \quad (4)$$

Из (3) и (4) получим:

$$tg \tilde{\alpha} = \frac{AC_1 \cdot tg \alpha}{AC} = \frac{AC \cdot tg \alpha \cdot \cos \gamma}{AC} = tg \alpha \cdot \cos \gamma. \quad (5)$$

Согласно рис. 2 в произвольной точке  $A$  угол наклона касательной к фигурной кромке ножа равен углу  $\gamma$ . Тангенс данного угла в точке  $A$  равен значению производной функции  $y(x)$  в указанной точке:

$$tg \gamma = y'(x). \quad (6)$$

С учетом  $\cos \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 + tg^2 \gamma}}$  из (5) и (6) получим:

$$tg \tilde{\alpha} = tg \alpha \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + tg^2 \gamma}} = tg \alpha \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + (y'(x))^2}}. \quad (7)$$

Зададим математическое описание формы фигурной кромки ножа в виде полинома второго порядка:

$$y(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x, \quad (8)$$

где  $a, b$  – коэффициенты полинома.

Производная функции (8) определяется следующим выражением:

$$y'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b. \quad (9)$$

С учетом (7) и (9) выражение для фактического угла резания элементарного ножа примет вид:

$$\tilde{\alpha} = \arctg \left( \frac{tg \alpha}{\sqrt{1 + (2 \cdot a \cdot x + b)^2}} \right). \quad (10)$$

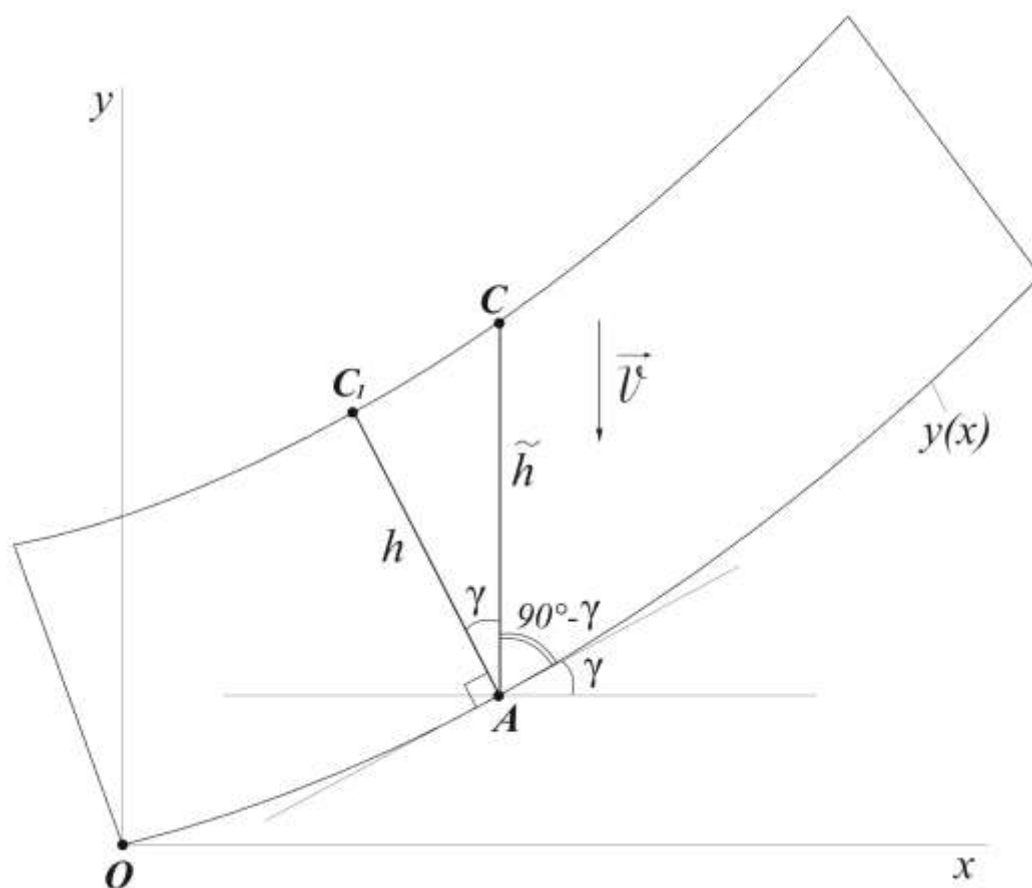


Рисунок 2 – Нож с фигурной режущей кромкой, вид сбоку

Проанализируем трансформацию высоты фаски элементарного ножа. Из рис. 2 видим, что трансформированная высота фаски связана с конструктивной высотой следующим образом:

$$\tilde{h} = AC = \frac{AC_1}{\cos \gamma} = \frac{h}{\cos \gamma}. \quad (11)$$

С учетом (6) получим из (11):

$$\tilde{h} = h \cdot \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \gamma} = h \cdot \sqrt{1 + (y'(x))^2} = h \cdot \sqrt{1 + (2 \cdot a \cdot x + b)^2}. \quad (12)$$

Выражения (10) и (12) означают, что фактический угол резания и трансформированная высота фаски в случае фигурного ножа являются переменными величинами и в некоторой точке  $A$  кромки лезвия зависят, соответственно, от конструктивного угла заточки  $\alpha$ , конструктивной высоты  $h$  и координаты  $x$  данной точки. При этом геометрическая форма фигурной кромки описывается параметрами  $a$  и  $b$ , значения которых соответствуют условию монотонности функции  $y(x)$  по всей длине лезвия.

### РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ФАКТИЧЕСКОГО УГЛА РЕЗАНИЯ И ТРАНСФОРМИРОВАННОЙ ВЫСОТЫ ФАСКИ ФИГУРНОГО НОЖА

Разработанные математические модели (10), (12) позволяют варьировать конструктивным углом заточки ножа, конструктивной высотой фаски, геометрическими параметрами формы фигурной кромки, а также координатой точек на кромке для исследования зависимостей фактического угла резания и трансформированной высоты фаски от указанных параметров.

На рис. 3 изображены геометрические формы фигурной кромки ножа при трех различных значениях параметров  $a$  и  $b$ . Результаты моделирования в соответствии с выражением (10) приведены на рис. 4 и отражают зависимости фактического угла резания ножа с

фигурной кромкой от координаты при трех различных значениях параметров формы. Результаты расчетов в соответствии с выражением (12) на рис. 5 показывают зависимости трансформированной высоты фаски от координаты при трех различных значениях параметров формы.

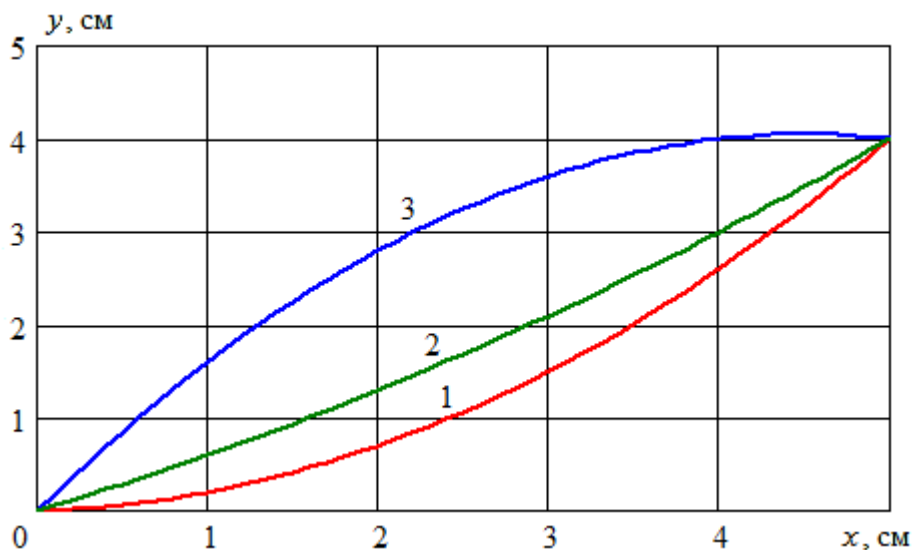


Рисунок 3 – Геометрическая форма фигурной кромки ножа при различных параметрах:

$$1 - a = 0,15; b = 0,05;$$

$$2 - a = 0,05; b = 0,55;$$

$$3 - a = -0,2; b = 1,8$$

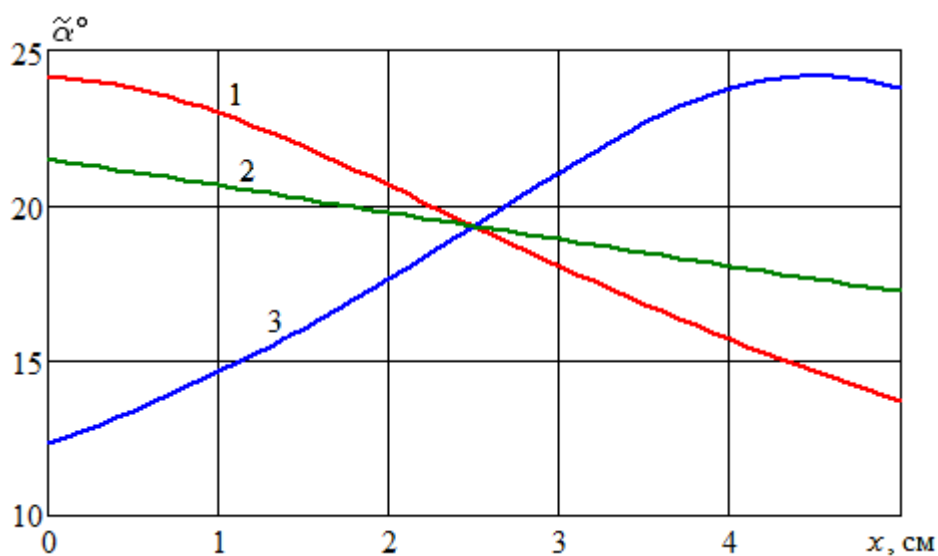


Рисунок 4 – Зависимость фактического угла резания элементарного ножа от координаты его вершины при различных параметрах формы фигурной кромки ( $\alpha = 30^\circ$ ):

$$1 - a = 0,15; b = 0,05;$$

$$2 - a = 0,05; b = 0,55;$$

$$3 - a = -0,2; b = 1,8$$

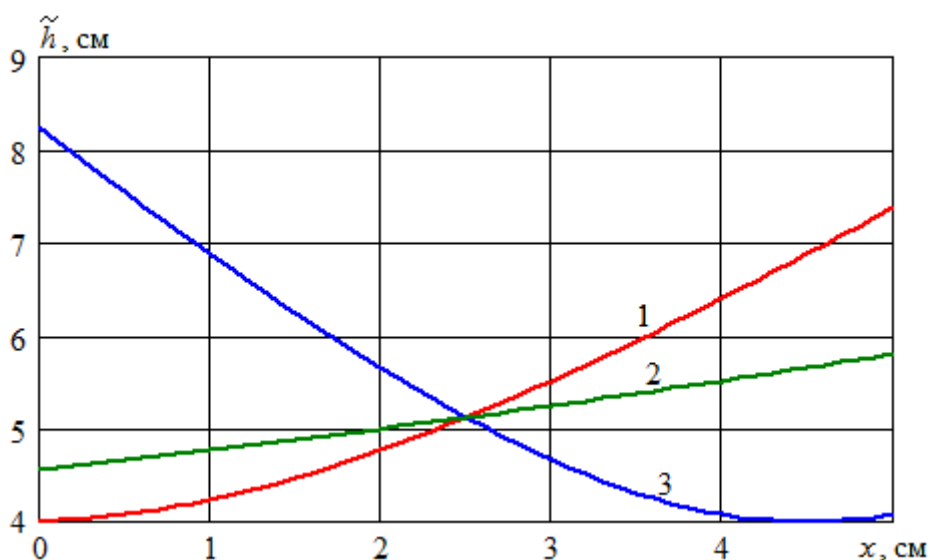


Рисунок 5 – Зависимость трансформированной высоты фаски элементарного ножа от координаты его вершины при различных параметрах формы фигурной кромки ( $h = 2$  мм):

$$1 - a = 0,15; b = 0,05;$$

$$2 - a = 0,05; b = 0,55;$$

$$3 - a = -0,2; b = 1,8$$

### ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Рисунок 4 демонстрирует, что в случае выпуклой формы режущего органа фактический угол резания нелинейно снижается по всей длине ножа от значения конструктивного угла заточки до некоторой минимальной величины. При использовании ножа с вогнутой фигурной кромкой фактический угол резания нелинейно возрастает и достигает максимума, соответствующего значению конструктивного угла. В случае описания кромки немонотонной кривой (линия 3 на рис. 3) имеется локальный максимум фактического угла резания (линия 3 на рис. 4).

Рисунок 5 иллюстрирует, что по длине выпуклой фигурной кромки трансформированная высота элементарного ножа нелинейно возрастает от значения конструктивной высоты до некоторого максимального значения. При применении ножа с вогнутой рабочей кромкой трансформированная высота нелинейно сокращается до соответствующей конструктивной величины.

Результаты моделирования показывают, что фигурная режущая кромка характеризуется нелинейными зависимостями фактического угла резания и высоты фаски от координаты по всей длине лезвия, что принципиальным образом отличает такой рабочий орган от пластинчатого ножа с прямым наклонным скосом. При этом характер указанных зависимостей закономерно определяется геометрией кромки.

Следует отметить, что в случае описания геометрической формы лезвия немонотонной кривой линией зависимость расчетного угла резания от координаты также приобретает немонотонный характер, что демонстрируют линии 3 на рис. 4 и 5. Это связано с наличием точки экстремума, в которой расчетный угол равен конструктивному значению. Данное обстоятельство также относится к зависимости трансформированной высоты фаски от координаты. При этом, однако, следует учитывать, что в случае немонотонной формы кромки ножа возможно проявление дополнительных физических эффектов при резании – например, уплотнение и обжатия материала в области экстремума.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработаны математические модели для расчета фактического угла резания и трансформированной высоты фаски при резании ножом с фигурной кромкой. Результаты исследований показывают, что эффекты трансформации параметров процесса имеют сложный ха-

рактически и определяются геометрией рабочего органа. Предложенный подход создает практическую основу для определения сил вредных сопротивлений, обусловленных раздвижением слоев материала гранями фигурного ножа при его погружении. С учетом полученных результатов в дальнейшем представляется возможным оценить, какой эффект геометрической трансформации вносит решающий вклад в снижение усилий резания, а также определить оптимальную форму криволинейной кромки по критериям минимизации энергетических затрат. Направлением дальнейших исследований является формирование математических моделей для расчета трансформированной остроты вершины фигурного ножа, а также разработка методики для определения сил полезных сопротивлений резанию.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ageev O.V., Dowgiałło A., Sterczyńska M., Piepiórka-Stepuk J., Samojlova N.V., Jakubowski M. Increasing the efficiency of food materials cutting during inclined and shear movements of knife. *Materials*, 2022, Vol. 15, 289.
2. Schuldt S., Schneider Y., Rohm H. High-speed cutting of foods: Cutting behavior and initial cutting forces. *Journal of Food Engineering*, 2018, Vol. 230, pp. 55-62.
3. Perrusquia A., Alejandro Flores-Campos J., Yu W. Optimal sliding mode control for cutting tasks of quick-return mechanisms. *ISA Transactions*, 2022, Vol. 122, pp. 88-95.
4. Karlun J., Vogel K., Bergstrand M., Eklund J. Maintaining knife sharpness in industrial meat cutting: A matter of knife or meat cutter ability. *Applied Ergonomics*, 2016, Vol. 56, pp. 92–100.
5. Ageev O.V., Dowgiałło A., Sterczyńska M., Piepiórka-Stepuk J., Giurgiulescu L., Janowicz M., Jakubowski M. Experimental characterization and mathematical modeling of fracture and friction resistance forces during tuna cutting. *Journal of Food Engineering*, 2021, Vol. 307, 110648.
6. Агеев, О.В. Математическое моделирование сил полезного сопротивления при резании охлажденных пищевых продуктов / О.В. Агеев, В.А. Наумов, Ю.А. Фатыхов // Вестник Международной академии холода. – 2020. – № 3. – С. 70–82.
7. Подход к расчету деформационной силы трения при резании охлажденной рыбы / О.В. Агеев, В.А. Наумов, Ю.А. Фатыхов, Н.В. Самойлова // Вестник Международной академии холода. – 2019. – № 4. – С. 49–56.
8. Подход к расчету удельной работы разрушения материала при резании рыбы / О.В. Агеев, В.А. Наумов, Ю.А. Фатыхов, Н.В. Самойлова // Известия Калининградского государственного технического университета. – 2021. – № 62. – С. 67–79.

### APPROACH TO CALCULATION OF ACTUAL CUTTING ANGLE AND TRANSFORMED CHAMFER HEIGHT OF CURLY KNIFE DURING FOOD MATERIALS PROCESSING

A.I. Galochkina, student,  
a.galochkina2108@gmail.com  
Kaliningrad State Technical University

M.E. Kokritskiy, student,  
fulg23fait@gmail.com  
Kaliningrad State Technical University

E.V. Sukhodolskiy, student,  
edwardkgtu@mail.ru  
Kaliningrad State Technical University

N.V. Samoylova, lecturer-researcher,



procyon@mail.ru  
Kaliningrad State Technical University

O.V. Ageev, doctor of engineering sciences, assistant professor,  
oleg.ageev@klgtu.ru  
Kaliningrad State Technical University

The relevance of simulation of food products cutting with a knife with a curly edge is shown. The kinematic scheme of movement of the cutting tool with a curvilinear working edge, the shape of which is described by a second-order polynomial is considered. The effects of geometric transformation of the actual cutting angle and height of the knife chamfer are shown. Mathematical models for calculate these parameters has been developed. The actual cutting angle and the transformed height of the chamfer in the case of a curly knife are variable along the length of the blade has been established. At arbitrary point by edge, the specified parameters depend, respectively, by the constructive angle of sharpening, the constructive height of the chamfer, and the coordinates of this point. The case of a convex edge shape, the actual cutting angle decreases non-linearly from the design value to the minimum, and the transformed chamfer height increases non-linearly along the entire length of the blade from the constructive value to the maximum is shown. Using a concave edge, the actual angle increases non-linearly, and the transformed height decreases non-linearly to the constructive value has been established. The developed approach creates a practical basis for determining the harmful resistances forces caused by the expansion of material layers by the edges of a figured knife during immersion.

***Key words:*** cutting, knife, facet, angle, sharpening, chamfer, edge, simulation