



ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОХЛАЖДЕНИЯ ВОЗДУХА ЛЬДОМ

К.А. Подвигин, аспирант,
e-mail: podvigin130415@gmail.com
ГОУВПО ДОННТУ

Разработана физико-математическая модель охлаждения воздуха в процессе теплообмена, протекающего на границе раздела фаз вода-лед. Получено уравнение баланса тепла на границе раздела фаз вода-лед. Установлена зависимость между скоростью продвижения границы раздела фаз в толщу льда и толщиной пленки воды. Проведенные теоретические исследования процессов, протекающих в охлаждающем элементе во время его нагревания, позволили определить его холодопроизводительность и время защитного действия.

***Ключевые слова:** рабочая зона, поверхность теплообмена, теплоемкость, теплота плавления, тепловой поток, лед, водо-ледяной элемент*

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время прогрессивное развитие многих отраслей промышленности сопровождается повышением температуры воздуха на рабочих местах. Необходимость поддержания нормативных условий труда послужила толчком в проектировании мощных стационарных и передвижных холодильных систем и средств кондиционирования воздуха. В работе [1] авторы выполнили анализ прогрессивных и наиболее распространенных систем кондиционирования рудничного воздуха при разработке глубоких горизонтов угольных шахт. Однако следует отметить, что из-за больших затрат на приобретение, эксплуатацию и обслуживание систем кондиционирования в настоящее время их применимость на промышленных предприятиях резко сократилась [2]. В силу сложившихся обстоятельств на сегодняшний день одно из перспективных направлений в кондиционировании – охлаждение воздуха с помощью водного льда. В связи с этим актуальной научной задачей является разработка физико-математической модели процесса теплообмена, происходящего на поверхности контакта фаз вода-лед [1-2].

ОБЪЕКТ ИССЛЕДОВАНИЯ

При выполнении технологических процессов на опасных производственных объектах температура воздуха в рабочей зоне часто превышает допустимые правилами безопасности (ПБ) значения. Контроль и нормализация тепловых условий позволяет обеспечить нормативные условия труда для рабочего персонала, увеличивая тем самым безопасность и производительность труда. Однако непростая экономическая ситуация, сложившаяся на многих промышленных предприятиях, не позволяет в настоящее время применять стационарные и передвижные комплексы воздушного охлаждения, так как это требует значительных финансовых вложений, что влечет за собой угрозу заболеваний, связанных с тепловым поражением организма трудящихся. Актуальность данного исследования объясняется отсутствием необходимой базы теоретических и экспериментальных данных теплофизических и химических процессов, протекающих при охлаждении воздушного потока льдом.

ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

Цель исследования – построение физико-математической модели процессов, происходящих на поверхности контакта фаз вода-лед при охлаждении воздуха в рабочей зоне. Планируется аналитическое исследование процесса изменения параметров воздушной струи, движущейся вдоль водо-ледяного элемента турбулентным потоком.

МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

В данной работе исследуются физические процессы, проходящие в модели охлаждающего элемента (ОЭ), состоящего из полиэтиленового сосуда, разделенного на отдельные секции (ампулы), заполненные водой питьевого качества. Поскольку полиэтилен в ОЭ планируется применять толщиной не более 0,15 мм, его теплоизоляционные свойства в рассматриваемом процессе не учитываются.

Для определения запаса холода водяного льда в охлаждающем элементе рассмотрим физический процесс, сущность которого заключается в следующем: нагретая воздушная среда входит в контакт с водо-ледяным элементом (рис. 1).

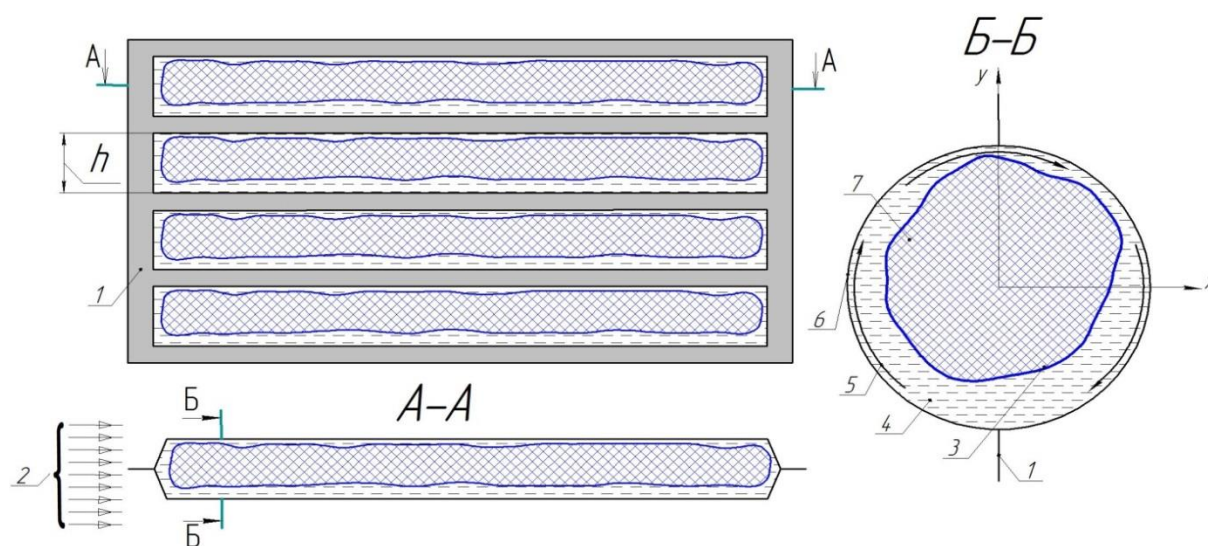


Рисунок 1 – Водо-ледяной элемент:

- 1 – полиэтиленовый сварочный шов; 2 – направление движения воздушной струи;
3 – водяной лед; 4 – пленка воды; 5 – направление движения пленки воды;
6 – полиэтиленовая оболочка; 7 – граница раздела фаз вода-лед; h – высота водо-ледяного элемента

В момент контакта плавится поверхностный слой льда и образующаяся при этом вода тонкой пленкой стекает по кромке льда, имеющей температуру 0 °С. В остальной массе переохлажденного льда складывается неравномерное температурное поле, которое перемещается по мере продвижения фронта раздела фаз вода-лед вглубь толщи льда.

Рассмотрим предварительно движение пленки при вертикальном расположении поверхности теплообмена. Предположим, что вода, находящаяся в водо-ледяном элементе, это вязкая жидкость, тогда движение жидкости описывается уравнением Навье-Стокса:

$$\frac{d\omega}{d\tau} = g - \frac{1}{\rho} \Delta p + \Delta(v\Delta\omega) \quad (1)$$

где $\frac{d\omega}{d\tau}$ – скорость изменения скорости жидкости в точке;
 g – ускорение свободного падения;
 Δ – векторный оператор Лапласа;

ν – коэффициент кинематической вязкости;
 ρ – плотность;
 p – давление;
 ω – угловая скорость пленки воды.

Считая движение пленки воды ламинарным, равномерным и направленным вдоль оси x , пренебрегая внедренной составляющей для малых чисел Рейнольдса (Re), переписываем (1) в виде:

$$\frac{d}{dy} \left(\nu \frac{d\omega}{dy} \right) = g(1 + i), \quad (2)$$

где $i = -\frac{1}{\rho g} \cdot \frac{dp}{dl}$ – пьезометрический уклон;
 y, x – координаты точки среды;
 l – расстояние (по пути движение потока жидкости) между сечениями потока.

Находя ω_x из уравнения (2), определяем расход жидкости в пленке в сечении x :

$$G_x = b \int_0^{\delta x} \omega_x dy = \frac{b\rho g(1+i)}{12\gamma_{cp}} \delta_x^3, \quad (3)$$

где b – ширина контакта воздуха с охлаждающим элементом;
 δ – толщина пленки воды;
 γ_{cp} – удельный вес среды.

Если поверхность контакта воздуха с охлаждающим элементом наклонена к горизонту, то:

$$G_x = \frac{b\rho g(\sin \psi + i)}{12\vartheta_{cp}} \delta_x^3, \quad (4)$$

где ϑ_{cp} – зенитный угол в сферической системе координат для данной среды;
 ψ – угол поворота контура пленки к горизонту.

При цилиндрической поверхности контакта воздуха с охлаждающим элементом, которую можно рассмотреть как совокупность множества плоских поверхностей, расположенных под возрастающим от 0 до 2π углом φ к горизонту, расход пленки жидкости на элементе поверхности составит:

$$G_\varphi = \frac{b\rho g(\sin \varphi + i)}{12\nu_{cp}} \delta_\varphi^2 \quad (5)$$

При малых скоростях движения воздушной струи вдоль охлаждающих элементов величина угла φ влияет на расход. Когда на пленку действует пьезометрический уклон, величина которого намного превышает единицу, различие между уравнениями (3) и (4) практически исчезает, и расход для всех случаев может описываться общим уравнением:

$$G_x = \frac{b\rho g i \delta_x^3}{12\nu_{cp}} = \left(-\frac{dp}{dx} \right) \frac{b \delta_x^3}{12\nu_{cp}}, \quad (6)$$

где dx – градиент температуры.

Скорость таяния водо-ледяных элементов определяется балансом тепла на поверхности контакта фаз вода-лед, который может быть записан следующим образом [2]:

$$Fq_1 + Fq_2 = Fr\rho u, \quad (7)$$

где F – площадь поверхности теплообмена;
 q – плотность теплового потока;
 r – удельная теплота конденсации насыщенного пара;
 u – скорость движения раздела фаз.

Уравнение (7) показывает, что разница между теплом Fq_1 , подходящим к поверхности контакта фаз через воду от охлаждаемого воздуха, и теплом Fq_2 , уходящим в лед, расходуется на плавление льда с секундным объемом Fu .

Тепловые потоки q_1 и q_2 можно выразить по закону Фурье:

$$q_1 = -\lambda_1 \left(\frac{\partial t_1}{\partial y} \right)_{y=\xi}, \quad (8)$$

$$q_2 = -\lambda_2 \left(\frac{\partial t_2}{\partial y} \right)_{y=\xi}, \quad (9)$$

где ξ – мгновенное положение границы раздела фаз;
 λ – коэффициент пропорциональности, называемый коэффициентом теплопроводности.

Тогда скорость движения границы раздела фаз:

$$u = \frac{d\xi}{d\tau} \quad (10)$$

Уравнение баланса тепла будет иметь вид:

$$g_1 + g_2 = r\rho u \quad (11)$$

Для вычисления теплового потока q_1 используем принятое нами линейное распределение температур в пленке воды:

$$t_1 = t_n \left(1 - \frac{y}{\delta_x} \right) \quad (12)$$

и получим:

$$g_1 = \lambda_1 \frac{t_n}{\delta_x} \quad (13)$$

Определение температурного поля в толще льда, которое складывается под воздействием движущего охлаждаемого воздушного потока, представляет серьезные трудности, в особенности для случая, когда скорость движения границы раздела фаз еще не определена и сама зависит от искомого поля. Представление о характеристике температурного поля льда в непосредственной близости к границе раздела фаз можно получить из следующих соображений. В начальный момент времени воздушный поток создает в толще льда поле, описываемое уравнением [2]:

$$t_2 = A + B_{erf} \frac{y}{2\sqrt{a\tau}}, \quad (14)$$

где A, B – постоянные, определяемые из граничных условий задачи;
 a – средний коэффициент теплоотдачи на поверхности контакта воздушного потока с водо-ледяным элементом.

Пологая, что на границе раздела фаз $y = \xi$, $t_2 = 0$ °C и при $y \rightarrow \infty$ температура льда равна ее начальному значению $t_2 = t_0$, получим для начальной стадии при $\xi = 0$:

$$t_2 = t_0 \operatorname{erf} \frac{y}{2\sqrt{a\tau}}, \quad (15)$$

где f – функция.

Температурное поле слоев льда по уравнению (15) изображено на рис. 2, а градиент температуры на границе раздела слоев представлен:

$$tg_\varphi = \left(\frac{\partial t_2}{\partial y} \right)_{y=\xi} = \frac{t_0}{\sqrt{a\pi\tau}} e^{\left(-\frac{\xi^2}{4a\tau} \right)} \quad (16)$$

Уравнение баланса тепла на границе раздела фаз вода-лед:

$$\lambda_1 \frac{t_n}{\delta_x} + \lambda_2 \frac{t_0}{\sqrt{a\pi\tau}} e^{\left(-\frac{\xi^2}{4a\tau} \right)} = r\rho u \quad (17)$$

Из уравнения (17) видно, что в начальный момент процесса плавления тепло, поглощаемое твердой фазой для снятия переохлаждения, очень велико и скорость продвижения фронта плавления мала. В следующие мгновения $\tau_2, \tau_3, \tau_4 \dots \tau_n$ (рис. 2) охлаждаемый воздух воздействует на лед, менее переохлажденный, и градиент температуры у границы раздела фаз со стороны льда быстро уменьшается, приближаясь к нулю. Наступает стационарная стадия процесса для нее:

$$g_2 = -\lambda_2 \left(\frac{\partial t_2}{\partial y} \right)_{y=\xi} = 0 \quad (18)$$

Для этой стадии скорость движения границы раздела фаз:

$$u = \frac{d\xi}{d\tau} = \frac{\lambda_1 t_1}{r\rho\delta_x} = \operatorname{const} \quad (19)$$

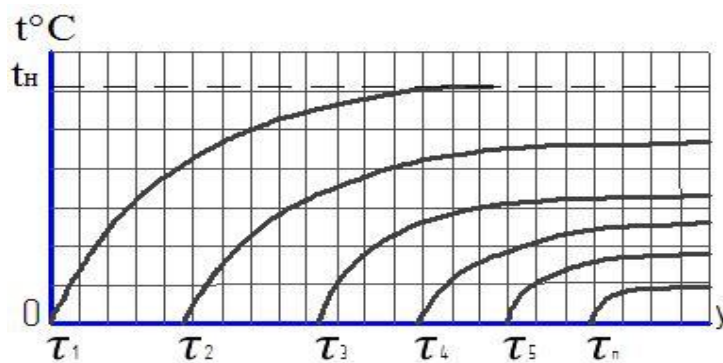


Рисунок 2 – Поле температур в переохлажденном льде:
 t_n – температура максимального нагрева до нормализации температуры

Уравнение (19) устанавливает зависимость между скоростью и толщиной пленки δ_x , которая также не известна. Другим уравнением связи между теми же величинами может служить уравнение неразрывности, которое для одномерного движения капельной жидкости имеет вид [2]:

$$u = \frac{d\xi}{d\tau} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{dG_x}{dx} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{d}{dx} \left(\frac{b\rho g i \delta_x^3}{12\nu_{cp}} \right) \quad (20)$$

Совместное решение уравнений (19) и (20) примет вид:

$$\frac{g i}{4\nu_{cp}} \delta_x^3 d\delta_x = \frac{\lambda_1 t_H}{r\rho} dx, \quad (21)$$

откуда

$$\delta_x = \sqrt[4]{\frac{16\nu_{cp}}{g i r \rho}}, \quad (22)$$

$$u = \frac{d\xi}{d\tau} = \sqrt[4]{\frac{\lambda_1^3 t_H^3 g i}{r^3 \rho^3 16\nu_{cp}^3}}, \quad (23)$$

Максимальное значение $t_H = c_1 \sqrt[3]{h}$ соответствует полной высоте площади контакта охлаждающего водо-ледяного элемента с воздушным потоком h . Тогда значение скорости выражается через $t_{H,max}$:

$$u = \sqrt[4]{\frac{\lambda_1^3 t_{H,max}^3 g i}{16\nu_{cp}^3 r^3 \rho^3 h}} \quad (24)$$

Связь между текущими и средними значениями температуры воздушной струи находится следующим образом:

$$t_{H,cp} = \frac{1}{h} \int_0^h t_H dx = \frac{3}{4} c_1 h^{\frac{1}{3}} = \frac{3}{4} t_{H,max} \quad (25)$$

Тогда уравнение для скорости

$$u = \sqrt[4]{\frac{\lambda_1^3 h_{H,cp}^3 g i}{12\nu_{cp}^3 r^3 \rho^3 h}}, \quad (26)$$

Средний коэффициент теплоотдачи на поверхности контакта воздушного потока с водо-ледяным элементом, отнесенный к температурному напору между воздухом и фронтом плавления, имеет вид:

$$a = \frac{q_1}{t_{H,cp}} = \frac{\rho r u}{t_{H,cp}} \quad (27)$$

или

$$a = 0.535 \sqrt[4]{\frac{\lambda_1^3 g i r \rho}{\nu_{cp} t_{H,cp} h}} \quad (28)$$

Уравнение (28) предполагает известной температуры теплообменной поверхности. Для тех случаев, когда задается тепловой поток, уравнение имеет вид:

$$a = \sqrt[3]{\frac{\lambda_1^3 \rho g r i}{12 v_{cp} q h}} \quad (29)$$

В уравнения для скорости плавления и коэффициента теплоотдачи входит величина пьезометрического уклона i , которая принималась постоянной вдоль оси x . В действительности давление в движущейся пленке переменной толщины изменяется по неизвестному нам закону, и величина пьезометрического уклона может быть принята равной:

$$i = \frac{\varphi}{\rho g h}, \quad (30)$$

где φ – коэффициент переноса в твердой и жидкой фазах согласно правилу смесей.

Причем коэффициент φ необходимо определить экспериментально. Для правильной постановки опытов и обобщения их результатов придадим полученному уравнению безразмерную критериальную форму. Введем следующие критерии:

$$R_r \equiv \frac{uh}{v_{cp}}; Ga^* \equiv \frac{h^2 \rho}{\rho v_{cp}^2}; Pr \equiv \frac{v_{cp}}{a}; K \equiv \frac{r^*}{ct_{HCP}}; Nu \equiv \frac{ah}{\lambda}$$

Тогда уравнение для определения скорости плавления (26) примет вид:

$$Re = C_1 G^{*0,25} (PrK^*)^{-0,75} \quad (31)$$

где C_1 – плотность и теплоемкость жидкости.

Уравнение теплоотдачи (28) примет вид:

$$Nu = C_2 (Ga^* PrK^*)^{0,25} \quad (32)$$

Вид уравнения (28) совпадает по форме с уравнением Нуссельта для пленочной конденсации пара.

Коэффициенты C_1 и C_2 включают в себя коэффициент φ из уравнения (30) и зависят от формы теплообменной поверхности. При заданной плотности теплового потока теплоотдача описывается уравнением (29), которое в критериальной форме примет вид:

$$Nu = \left(\frac{Ga^*}{Re^*} \right)^{0,33}, \quad (33)$$

где $Re^* = \frac{qh}{r^* u}$.

Для плоской стенки определяющим линейным размером берется ее высота h , для цилиндрического охлаждающего элемента – диаметр d_n .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для проверки основных положений физико-математической модели, теоретического анализа критериального уравнения теплоотдачи, а также для определения возможности применения линейного закона распределения давления в пленке, необходимо провести экспериментальные исследования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мартынов, А.А. Тепловой режим глубоких угольных шахт: монография / А.А. Мартынова, И.В. Малеев, А.К. Яковенко. – Донецк: Изд-во «Ноулидж» (Донецкое отд.), 2014. – 443 с.
2. Булгаков, Ю.Ф. Индивидуальная противогазотепловая защита / Ю.Ф. Булгаков [и др.]. – Донецк: Норд Компьютер, 2015. – 385с.

DEVELOPMENT OF A PHYSICAL AND MATHEMATICAL MODEL OF AIR COOLING BY WATER-ICE ELEMENTS

K.A. Podvigin, graduate student,
e-mail: podvigin130415@gmail.com
Donetsk National Technical University

A physical and mathematical model of air cooling in the process of heat exchange occurring on the contact surface of the water-ice phases is developed. The temperature field in the thickness of the ice, which develops under the influence of a moving cooled air stream, is determined. Theoretical studies of the processes occurring in a water-ice element during its heating made it possible to determine its cooling capacity and time of protective action. The results obtained are planned to be applied in experimental studies of the air cooling process in the working area with water-ice cooling elements OE-2 to determine the dependence of the degree of air cooling at the outlet from the installation on their quantity and speed of air movement through the installation, as well as the efficiency zone of the installation.

Key words: *water-ice element, working zone, ice, heat exchange surface, heat capacity, heat of fusion, heat flow*