

ПРИМЕНЕНИЕ МНОГОФАКТОРНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ  
ЭКСПЕРИМЕНТА ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ МИНИМАЛЬНОГО  
ДОВЕРИТЕЛЬНОГО ИНТЕРВАЛА ДИНАМИЧЕСКОЙ  
ТВЕРДОСТИ ЗАГОТОВОК ИЗ ЯНТАРЯ



А.С. Корогодин, студент  
hoshemin97@mail.ru

Ю.П. Александров, канд. техн. наук, доцент  
yury.aleksandrov@klgtu.ru  
ФГБОУ ВО «Калининградский государственный  
технический университет»

В данной статье приведены результаты исследований по повышению точности определения средних значений динамической твердости заготовок из балтийского натурального янтаря переносным измерителем твердости типа МИТ-2 с целью более точной идентификации балтийского янтаря от природных и декоративных смол разного месторождения и от подделок под янтарь по твердости. Научная новизна работы заключается в подтверждении гипотезы об эффективности применения методики многофакторного планирования эксперимента для достижения минимальных значений доверительного интервала динамической твердости заготовок из натурального янтаря. Достигнута высокая точность определения динамической твердости образцов янтаря – в пределах 0,5–2% от минимального среднего значения динамической твердости заготовок из натурального янтаря.

*измерение, янтарь, динамическая твердость, доверительный интервал, планирование эксперимента*

Многофакторное планирование экспериментов применяется при проведении научных исследований в разных областях машиностроения [1–3], более полно выявляет физическую картину изучаемого процесса, дает возможность математически описать и оптимизировать процесс, получить более точные и достоверные параметры оптимизации от независимых факторов и их взаимодействий.

В литературе имеются предварительные данные о применении многофакторного планирования эксперимента при исследовании динамической твердости заготовок из натурального янтаря [4].

В работе измерения доверительного интервала динамической твердости заготовок из натурального янтаря осуществлялись методом отскока с помощью переносного микропроцессорного измерителя МИТ-2. Актуальность работы заключается в проведении более глубоких исследований с целью уточнения зависимости оптимальных значений длительности разгона индентора  $t_0$  измерителя твердости МИТ-2 и радиуса сферического наконечника индентора  $R$  для достижения минимального доверительного интервала при измерении динамической твердости заготовок из натурального янтаря.

На первом этапе были проведены классические однофакторные эксперименты с целью определения уровней входных факторов  $x_1(R)$ ,  $x_2(t_0)$  и интервалов их варьирования, обеспечивающие дальнейшую базу для проведения многофакторного эксперимента. Наиболее широко применяется планирование на двух уровнях, в этом случае в эксперименте используются значения факторов, соответствующие верхней и нижней границам интервала варьирования [3].

При проведении однофакторного эксперимента варьировался только один фактор  $x_2(t_0)$ , а другой фактор  $x_1(R)$  фиксировался на неизменном уровне. Измерения доверительного интервала динамической твердости проводились на образцах из натурального янтаря №

1–3 и № 5. Основные уровни и интервалы их варьирования (табл. 1) были выбраны опытным путем в связи с проведенными однофакторными экспериментами и с учетом априорной информации, имеющейся на эту тему в соответствующей литературе [4].

Перед измерением динамической твердости образцы из натурального янтаря помещались в эпоксидную смолу (рисунок), после чего полученные заготовки были шлифованы с обеих сторон с необходимой шероховатостью, которая составляла не более  $R_a = 2,5$  мкм.

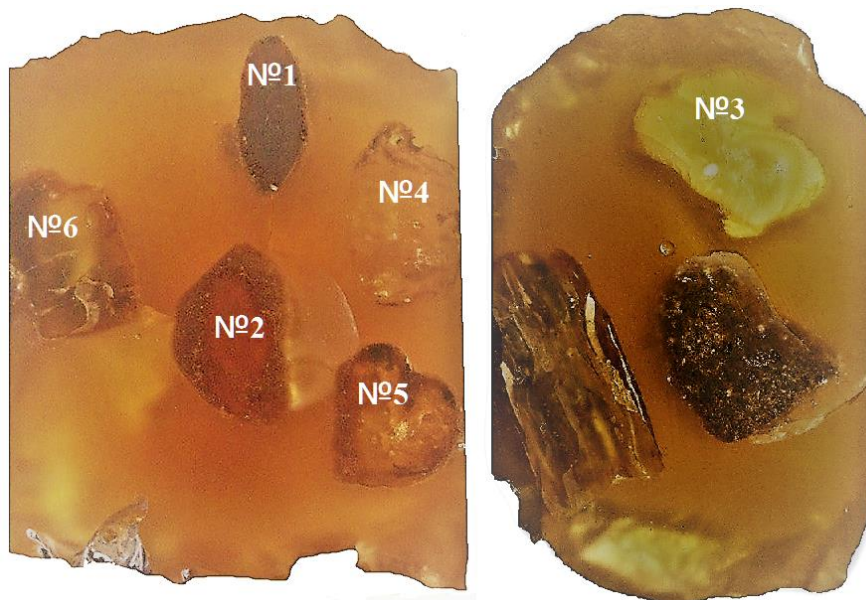


Рисунок – Образцы натурального янтаря в эпоксидной смоле

В каждом опыте измерения доверительного интервала динамической твердости при заданных параметрах проводились семь раз, и определялось среднее арифметическое значение доверительного интервала. После измерений на поверхности заготовок из натурального янтаря оставались незначительные отпечатки, разрушения, явно видимые трещины отсутствовали.

Таблица 1 – Уровни факторов и их интервалы варьирования для исследования доверительного интервала динамической твердости янтаря

Факторы		Уровни			Интервал варьирования	Размерность
Название	Обозначение	-1	0	+1		
Радиус сферического наконечника индентора ( $R$ )	$x_1$	0,5	1,5	2,5	1	мм
Длительность разгона индентора ( $t_0$ )	$x_2$	1,5	2,0	2,5	0,5	мс

Полным факторным экспериментом называется эксперимент, реализующий всевозможные неповторяющиеся комбинации уровней зависимых факторов, каждый из которых, как было упомянуто ранее, варьируется на двух уровнях. Число таких комбинаций  $N = 2^k = 2^2 = 4$ , где  $N$  – число опытов;  $k$  – число факторов.

Используя кодированные значения факторов (+ и -), условия эксперимента можно записать в виде таблицы или матрицы планирования эксперимента, где строки соответствуют различным опытам, а столбцы – значениям факторов (табл. 2).

В табл. 2 представлены:  $x_0$  – основной уровень;  $x_1$  и  $x_2$  – кодированные значения факторов  $R$  и  $t_0$ ;  $x_1 \cdot x_2$  – взаимодействие двух факторов;  $y_1, y_2$  и  $y_3$  – повторные опыты в  $i$ -х точках факторного пространства;  $\bar{u}_{\Delta HL}$  – доверительный интервал значений динамической твердости янтаря для  $i$ -й экспериментальной точки.

Таблица 2 – Матрица планирования эксперимента полнофакторного плана  $2^2$  результатов опыта

Номер опыта	$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_1 \cdot x_2$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$\bar{y}_{\Delta HL}$
1	+	–	–	+	3	2	3	2.6
2	+	+	–	–	6	8	7	7
3	+	–	+	–	6	8	8	7.3
4	+	+	+	+	6	8	4	6
Коэффициент уравнения регрессии $b_i$	5,75	0,75	0,92	1,42				

Значения параметра оптимизации в  $i$ -м опыте определялись по уравнению [2, 3]:

$$\hat{y}_{\Delta HL} = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_{12} \cdot x_1 \cdot x_2, \quad (1)$$

где  $\hat{y}_{\Delta HL}$  – параметр оптимизации, доверительный интервал значений динамической твердости заготовок янтаря в условных единицах динамической твердости;  
 $b_0, b_1, b_2,$  и  $b_{12}$  – коэффициенты уравнения регрессии;  
 $x_1$  – радиус сферического наконечника индентора  $R$ , мм;  
 $x_2$  – длительность разгона индентора  $t_0$ , м/с.

После построения матрицы планирования эксперимента производилась проверка однородности дисперсий и определение дисперсии параметра оптимизации [2]. Для автоматизированной обработки полного факторного эксперимента на языке программирования Python был реализован алгоритм [5]. Применение алгоритма позволило быстро решать однотипные задачи, сократить время на поиск решения, автоматизировать процесс его нахождения и получить максимально необходимую точность расчетов. Проверка однородности дисперсий через написанный алгоритм показала, что гипотеза об однородности дисперсии принимается.

Коэффициенты регрессии в уравнении (1) определялись по известным формулам [2]. Проверка значимости коэффициентов уравнения (1) по  $t$ -критерию Стьюдента показала, что факторы  $x_1(R)$  и  $x_2(t_0)$  существенно влияют на величину доверительного интервала значений динамической твердости заготовок из янтаря. Таким образом, с помощью вышеупомянутого алгоритма была выведена математическая модель определения доверительного интервала при измерении динамической твердости янтаря, которая имеет следующий вид:

$$\hat{y}_{\Delta HL} = 5,75 + 0,75 \cdot x_1 + 0,92 \cdot x_2 - 1,42 \cdot x_1 \cdot x_2 \quad (2)$$

Чтобы проверить гипотезу об адекватности полученной математической модели (2), была проведена оценка отклонения выходной величины  $\hat{y}_{\Delta HL}$ , предсказанной уравнением регрессии, от результатов экспериментов  $\bar{y}_{\Delta HL}$  в  $i$ -х точках факторного пространства. Далее на основе полученного отклонения рассчитывался критерий Фишера, который сравнивался с табличным критерием, доказав тем самым адекватность полученной математической модели.

На последнем этапе проводилось крутое восхождение по поверхности отклика доверительного интервала при изменении динамической твердости натурального янтаря [2, 4]. В соответствии с шаговым принципом «ползания» по поверхности отклика крутое восхождение осуществлялось многократно, пока не была достигнута область оптимума. Сначала опытным путем был выбран шаг восхождения для каждого из двух факторов  $x_1(R)$  и  $x_2(t_0)$  так, чтобы не требовалось проводить значительное число опытов и при этом не проскочить область оптимума (табл. 3).

Затем на основании выбранных шагов проводился расчет мысленных опытов, и была достигнута граница области определения одного из факторов, а именно радиуса сферического наконечника индентора  $R$ . Следовательно, по этому фактору дальше двигаться нельзя, и

он фиксируется, после чего крутое восхождение прекращается и производятся реализованные опыты.

Крутое восхождение может считаться эффективным, если хотя бы один из реализованных опытов даст лучший результат по сравнению с наилучшим опытом серии. Такой результат показал реализованный опыт № 4 (табл. 4).

Таблица 3 – Результаты крутого восхождения по поверхности отклика доверительного интервала динамической твердости янтаря

Этапы восхождения	Натуральный янтарь		
	$x_1(R, \text{мм})$	$x_2(t_0, \text{мс})$	$\hat{Y}_{\Delta HL}$
Основной уровень	1,5	2,0	$\pm 4,55$
Интервал варьирования	1,0	0,5	
Коэффициенты уравнения регрессии	0,75	0,92	
Шаг восхождения	0,2	0,1	
Мысленные опыты			
№5	1,7	2,1	$\pm 3,89$
№6	1,9	2,2	$\pm 3,26$
№7	2,1	2,3	$\pm 2,58$
№8	2,3	2,4	$\pm 1,84$
№9	2,5	2,5	$\pm 1,05$

Таблица 4 – Результаты реализованных опытов при фиксированном факторе  $R=2,5$  мм

Реализованные опыты			
Номер опыта	R	$t_0$	$\bar{Y}_{\Delta HL}$
1	2,5	2,1	$\pm 5$
2	2,5	2,2	$\pm 5$
3	2,5	2,3	$\pm 2$
4	2,5	2,4	$\pm 1$
5	2,5	2,5	$\pm 3$
6	2,5	2,6	$\pm 2$
7	2,5	2,7	$\pm 6$

Данный опыт №4 характеризуется доверительным интервалом динамической твердости, который имеет наименьшее значение и равен  $\pm 1$ .

Таким образом, сделаны следующие выводы:

1. Разработана методика проведения многофакторного планирования эксперимента для нахождения минимального доверительного интервала динамической твердости янтаря.

2. Реализован алгоритм проведения и обработки результатов полного факторного эксперимента на языке Python.

3. По результатам многофакторного планирования эксперимента получена математическая модель зависимости доверительного интервала динамической твердости натурального янтаря от длительности разгона и радиуса сферического индентора датчика измерителя твердости типа МИТ-2.

4. Установлены оптимальные значения длительности разгона индентора и радиуса сферического наконечника индентора при достижении минимального доверительного интер-

вала в пределах  $\pm 1$  единиц динамической твердости янтаря (табл. 4):  $R = 2,5$  (мм) и  $t_0 = 2,4$  (мс).

5. Подтверждена научная гипотеза о возможности применения методики многофакторного планирования эксперимента для нахождения минимального значения доверительного интервала динамической твердости заготовок из натурального янтаря, что свидетельствует о высокой точности определения динамической твердости образцов янтаря.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Суслов, А.Г. Научные основы технологии машиностроения / А.Г. Суслов, Н.Д. Дальский. – Москва: Машиностроение, 2002. – 684 с.
2. Спиридонов, А.А. Планирование эксперимента / А.А. Спиридонов, Н.Г. Васильев. – Свердловск: Изд-во УПИ, 1975. – 152 с.
3. Кацев, П.Г. Статические методы исследования режущего инструмента / П.Г. Кацев. – Москва: Машиностроение, 1974. – 231 с.
4. Александров, Ю.П. Исследование динамической твердости натурального и прессованного янтаря / Ю.П. Александров // Известия КГТУ. – №21. – Калининград, 2011. – С. 144–148 с.
5. Корогодина, А.С. Реализация алгоритма автоматизированной обработки результатов полного факторного эксперимента на языке Python / А.С. Корогодина, А.А. Сапожников // Дни науки: сборник материалов межвузовской научно-технической конференции (10–21 апр. 2017 г.) – Калининград: Изд-во ФГБОУ ВПО «КГТУ», 2017. – С. 393–397.

#### APPLICATION OF THE MULTIFACTOR EXPERIMENT PLANNING FOR FINDING THE MINIMUM CONFIDENCE INTERVAL OF DYNAMIC HARDNESS OF AMBER BLANKS

A.S. Korogodin, student  
hoshemin97@mail.ru

Ju.P. Alexandrov, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor  
yury.aleksandrov@kigtu.ru  
Kaliningrad State Technical University

The possibility of the multifactor experiment planning in studying the dynamic hardness of natural amber Blanks is shown. The hardness of amber billets was measured by the rebound method using a portable microprocessor MIT-2 meter. As a result of the two-factor experiment of the full-factorial  $2^2$  plan the minimum confidence interval values of the dynamic hardness of amber billets within  $\pm 1$  units of the dynamic hardness is reached.

*measurement, amber, dynamic hardness, confidence interval, experiment planning*