УДК 519.2:627.133

ПРОВЕРКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ГИПОТЕЗ ДЛЯ РЯДА МАКСИМАЛЬНЫХ ГОДОВЫХ УРОВНЕЙ РЕКИ ПРЕГОЛИ

А.Х. Алиева, студентка,
me4ta-1996@mail.ru
ФГБОУ ВО «Калининградский государственный технический университет»

Для ряда максимальных годовых уровней р. Преголи проверены статистические гипотезы: достаточности длины, однородности, случайности, отсутствия промахов измерений.

р. Преголя, максимальные годовые уровни, статистические гипотезы, однородность, случайность, промахи измерений

Показатели максимальных расчетных уровней водотоков являются исходными данными для проектных расчетов гидротехнических сооружений и их эффективного использования [1]. Поэтому вопросам определения уровней рек во время половодий и паводков посвящено большое количество исследований [2–6]. Так, в работах [4–6] рассмотрена стохастическая связь между уровнями и расходами рек региона, найдена теоретическая функция обеспеченности максимальных годовых уровней р. Преголи в створе г. Гвардейска. При использовании гидрологических рядов в практических целях необходимо убедиться, что для них справедливы определенные статистические гипотезы [7]. В данной статье выполнена проверка необходимых статистических гипотез для ряда максимальных годовых уровней р. Преголи (г. Гвардейск). Исходный ряд был взят из [6] (см. рис. 1). Обработка ряда проведена в среде Mathcad по программам [8, 9].

Проверка достаточности длины ряда

Среднеарифметическое значение уровней Hs = 759,5 см. Вспомогательные средние находят по формулам (Б.3) из [10]:

$$Hs1 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=2}^{n} H_i = 761.2; \qquad Hs2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n-1} H_i = 761.4.$$

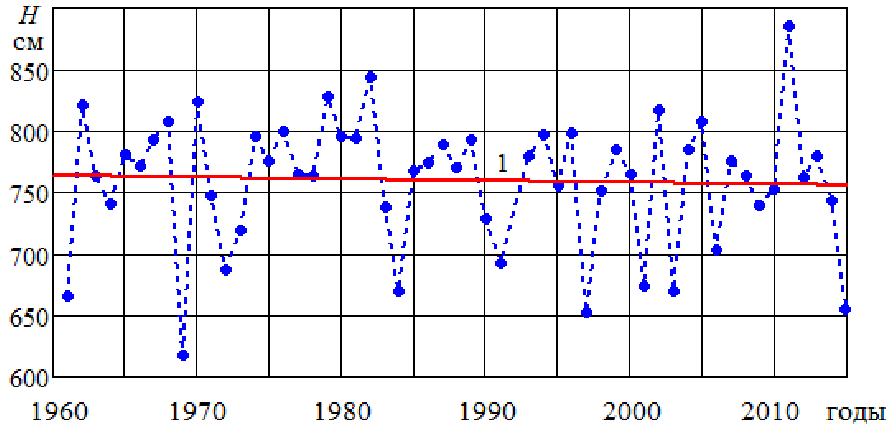

Рисунок 1 – Максимальные уровни р. Преголи (г. Гвардейск) от условного нуля (–5,17 м БС): 1 – линейный тренд [7]

Смещенная оценка коэффициента автокорреляции между смежными членами ряда определяется по формуле (Б.2) из [10]

$$ro = \frac{\sum_{i=2}^{n} \left[(H_i - Hs1) \cdot (H_{i-1} - Hs2) \right]}{\sqrt{\sum_{i=2}^{n} \left[(H_i - Hs1)^2 \right]} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{n-1} \left[(H_i - Hs2)^2 \right]}} = -0.151 .$$

Несмещенная оценка коэффициента автокорреляции между смежными членами ряда определяется по формуле (Б.1) из [10]

$$r = -0.01 + 0.98 \cdot ro - 0.06 \cdot ro^2 + \left(1.66 + 6.46 \cdot ro + 5.69 \cdot ro^2 \right) / n = -0.145 .$$

Среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации

$$\sigma = Stdev(H) = 53.55 \; ; \qquad Cv := \sigma / Hs = 0.071 .$$

Случайные средние квадратические погрешности выборочных средних при r<0,5 определяются по приближенной зависимости (5.26) из [10]

$$\Delta Hs = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{1 + |r|}{1 - |r|}} = 8.36 .$$

Относительная погрешность выборочного среднего

$$\varepsilon = \left(\Delta Hs / Hs \right) \cdot 100 = 1.10\% .$$

По п. 5.1 [10] продолжительность периода наблюдений считается достаточной, если относительная средняя квадратическая погрешность не превышает 10 % для годового и сезонного стоков, для максимального стока – 20 %. Гипотеза о достаточности длины ряда не отвергается.

Проверка однородности ряда

Разбиваем ряд длиной n = 55 на две равные части, так как нет гидрологических причин вводить иное разбиение: $n1 = 27; \; n2 = 28$.

1. Нулевая гипотеза: дисперсии двух частей ряда равны.

Выборочные средние расходы каждой части ряда

$$Hg1 = \frac{1}{n1} \cdot \sum_{i=1}^{n1} H_i = 764.2 \; ; \qquad Hg2 = \frac{1}{n2} \cdot \sum_{i=n1+1}^{n} H_i = 752.7 .$$

Исправленные выборочные дисперсии каждой части ряда

$$D1 = \frac{1}{n1 - 1} \cdot \sum_{i=1}^{n1} (H_i - Hg1)^2 = 2882 \; ; \qquad D2 = \frac{1}{n2 - 1} \cdot \sum_{i=n1+1}^{n} (H_i - Hg2)^2 = 2892 .$$

Параметр критерия Фишера $Ff = D2 / D1 = 1.004$.

Критическое значение находится по встроенной функции Mathcad

$$Fc = qF\left(0.95, n1 - 1, n2 - 1 \right) = 1.913 .$$

$Ff < Fc$, нулевая гипотеза о равенстве дисперсии не отвергается.

2. Нулевая гипотеза: математические ожидания двух частей ряда равны. Оценка средневзвешенной дисперсии

$$Sf=\sqrt{\frac{(n1-1)\cdot D1+(n2-1)\cdot D2}{n1+n2-2}}=53.73\,.$$

Значение параметра для проверки гипотезы о равенстве средних значений

$$Tf=\frac{|Hg1-Hg2|}{Sf}\cdot\sqrt{\frac{n1\cdot n2}{n1+n2}}=0.794\,.$$

Критическое значение по распределению Стьюдента $Tc:=qt(0.95,n-2)=1.674$.

Tf < Tc, нулевая гипотеза о равенстве математических ожиданий расходов не отвергается. Таким образом, данные выборки не противоречат гипотезе однородности.

Проверка применимости модели случайной величины

Используем критерий общего числа серий. Сформируем массив $DH_i=H_i-Hs$.

Серия состоит из следующих подряд элементов DH_i одного знака. Общее число серий будет равно количеству изменений знака в соседних элементах указанного массива. Программа, изложенная в [9], позволяет рассчитать это число

$$Ns:=\left|\begin{array}{l} N\leftarrow 0\\ \quad for\ \ j\in 2..n\\ \quad\ N\leftarrow N+1\ \ if\ \ DH_j\cdot DH_{j-1}<0\\ N\end{array}\right.$$

В рассматриваемом примере Ns = 24. Математическое ожидание числа серий и среднее квадратическое отклонение для случайной величины [11]

$$mN=(n+1)/2\,;\qquad\qquad \sigma N=\sqrt{n-1}/2\,.$$

Доверительный интервал для числа серий случайной величины

$[mN-tn\cdot\sigma N;\ mN+tn\cdot\sigma N]$ или $[21{,}96;\ 34.04]$.

Так как Ns принадлежит найденному интервалу, нулевая гипотеза не отвергается.

Проверка наличия выбросов

По рис. 1 в ряду максимальных годовых уровней находим наименьшее (*Hmin* = 618 см, 9-й член ряда за 1969 г.) и наибольшее (*Hmax* = 885 см, 51-й член ряда за 2011 г.) значения. Так как ряд можно считать однородным, используем критерий Смирнова-Граббса [10] для всей выборочной совокупности:

$$u1=(Hs-H_9)/\sigma=2.65\,;\qquad\qquad u2=(H_{50}-Hs)/\sigma=2.35\,.$$

Для уровня значимости α = 0,05 и объема выборки n = 54 критическое значение статистики Граббса можно найти по приближенной формуле [10]

$$u_{\text{кр}}=1{,}962+0{,}281\cdot ln(n-15)=2{,}99\,.$$

Гипотеза об отсутствии выбросов в выборке не отвергается, так как выполняются оба неравенства: $u1 < u_{кр}$ и $u2 < u_{кр}$.

Таким образом, исследованный ряд максимальных годовых уровней р. Преголи у г. Гвардейска можно считать однородным, без выбросов, достаточной длины и применить модель случайной величины. Следовательно, для расчета максимальных годовых уровней заданной обеспеченности можно использовать теоретическую кривую Крицкого-Менкеля, полученную в [6] (см. рис. 2).

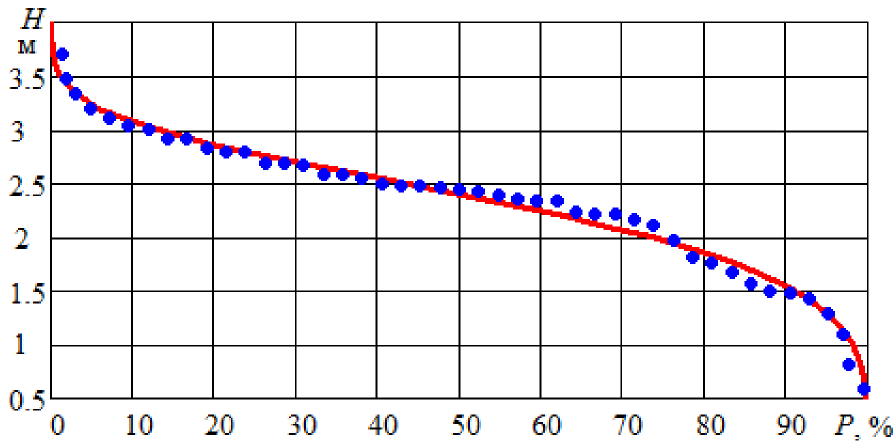

Рисунок 2 – Кривая обеспеченности максимальных годовых уровней р. Преголи (г. Гвардейск, м БС): точки – эмпирическая, линия – теоретическая [6]

$$P(H) = 100 \cdot \left(1 - F\left(\frac{H}{Hs}\right)\right); \qquad F(H) = \int_0^H f(t)\,dt;$$

$$f(H) = 2{,}075 \cdot H^{2{,}955} \cdot exp\left(-(0{,}827 \cdot H)^{6{,}242}\right).$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. СП 58.13330.2012. Свод правил. Гидротехнические сооружения. Основные положения. Утвержден приказом Министерства регионального развития Российской Федерации от 29 декабря 2011 г., № 623 и введен в действие с 1 января 2013 г.

2. Титов, Н.Г. Построение теоретической модели прогнозирования уровня воды в реке горного типа с применением цепей Маркова / Н.Г. Титов, М.В. Кузякина, К.А. Лебедев // Научный журнал КубГАУ. – 2015. – № 114. – С. 1528–1538.

3. Сазонов, А.А. Оценка эффективности противопаводковых дамб с помощью методов математического моделирования / А.А. Сазонов, И.Н. Крыленко, П.П. Головлев // Природообустройство. – 2015. – № 4 . – С. 73–76.

4. Наумов, В.А. Корреляционный анализ внутригодового распределения стока рек региона / В.А. Наумов, Л.В. Маркова // Известия КГТУ. – 2012. – № 26. – С. 40–46.

5. Наумов, В.А. Материалы инженерно-гидрометеорологических изысканий в бассейне реки Преголи. Максимальные расчетные уровни воды / В.А. Наумов // Вестник науки и образования Северо-Запада России: электронный журнал, 2015. – Т. 1, № 3. С. 42–48. URL: http://vestnik-nauki.ru/wp-content/uploads/2015/11/2015-№3-Наумов.pdf.

6. Мойса, А.В. Ряд максимальных годовых уровней малой реки / А.В. Мойса, В.А. Наумов // Вестник науки и образования Северо-Запада России: электронный журнал, 2017. – Т. 3, № 1. – URL: http://vestnik-nauki.ru/wp-content/uploads/2017/02/2017-N1-Moisa Naumov.pdf

7. Рождественский, А.В. Статистические методы в гидрологии: моногр. / А.В. Рождественский, А.И. Чеботарев. – Ленинград: Гидрометеоиздат, 1974. – 424 с.

8. Наумов, В.А. Методы обработки гидрологической информации. Лабораторный практикум для студентов высших учебных заведений, обучающихся в бакалавриате по направлению подготовки «Природообустройство и водопользование» / В.А. Наумов. – Калининград: Изд-во ФГБОУ ВПО «КГТУ», 2014. – 111 с.

9. Наумов, В.А. Методы обработки гидрологической информации / В.А. Наумов // Вестник учебно-методического объединения по образованию в области природообустройст-

ва и водопользования. – Вып. 7. – Москва: Изд-во ФГБОУ ВПО «РГАУ им. К.А. Тимирязева», 2015. – С. 144–150.

10. Свод правил СП 33-101-2003. Определение основных расчетных гидрологических характеристик. Одобрен для применения в качестве нормативного документа Постановлением Госстроя России № 218 от 26 декабря 2003 г.

11. Кобзарь, А.И. Прикладная математическая статистика: моногр. / А.И. Кобзарь. – Москва: Физматлит, 2006. – 816 с.

STATISTICAL HYPOTHESIS TESTING FOR THE PREGEL-RIVER SERIES OF MAXIMUM ANNUAL LEVELS

A.H. Aliyeva, student,
me4ta-1996@mail.ru
FGBOU VO “Kaliningrad State Technical University”

The statistical hypothesis for the series of maximum annual levels of the Pregel-river were tested: the adequacy of the length, uniformity, randomness, lack of mistakes of measurements.

river Pregel, the maximum annual levels of statistical hypothesis, uniformity, randomness, mistakes measurements